

ABC de L'ELECTRONIQUE

Les filtres passifs

(1) GÉNÉRALITÉS

LES filtres passifs sont des réseaux ne contenant que des composants (ou éléments) C et L à l'exclusion de toute résistance R matérielle.

En réalité toute bobine possède une résistance en série et une capacité en parallèle.

Les capacités non électrochimiques peuvent, dans le domaine de la basse fréquence, être considérées comme pures. Les filtres électriques réalisés pratiquement ne donneront donc les résultats prévus par le calcul que dans la mesure où l'influence de la résistance et de la capacité des bobines utilisées sera négligeable. Ceci s'obtient dans de nombreux cas pratiques et de ce fait l'étude et la réalisation des filtres sont parfaitement utiles.

(2) RÔLE DES FILTRES

Les filtres ont pour but de modifier les caractéristiques de la réponse en fréquence, dans une bande déterminée.

Les filtres passe-bas laissent passer les signaux à toutes les fréquences au-dessus d'une fréquence f_2 et arrêtent ceux à des fréquences supérieures à f_2 .

Les filtres passe-haut, au contraire, arrêtent les signaux aux fréquences inférieures à une fréquence f_1 et laissent passer les signaux à des fréquences plus grandes que f_1 .

Les filtres de bande transmettent à toutes les fréquences comprises entre deux valeurs f_1 et f_2 ($f_1 < f_2$) et arrêtent les signaux à des fréquences inférieures à f_1 et supérieures à f_2 .

Les filtres éliminateurs de bande, arrêtent les signaux à toutes les fréquences comprises entre deux valeurs, f_1 et f_2 et transmettent les signaux à des fréquences inférieures à f_2 et à celles supérieures à f_1 dans le cas où $f_1 > f_2$.

(3) TERMINAISON DES FILTRES

En général, dans les cas les plus simples, on considère une source de courant de résistance R à l'entrée et une résistance R de même valeur à la sortie.

L'atténuation obtenue avec le filtre est le rapport des tensions ou des courants à la sortie et à l'entrée.

A chaque filtre, suivant sa forme et les valeurs de ses éléments, correspond une valeur déterminée de R.

(4) FRÉQUENCES FRONTIÈRES

Les fréquences f_1 et f_2 qui sont définies au paragraphe 2, sont appelées fréquences « cutoff » ou fréquences frontières.

(5) FORMES HABITUELLES DES FILTRES

Les filtres se composent de branches constituées par des impédances connectées entre elles et donnant lieu ainsi aux configurations suivantes :

a) filtre en T symétrique (fig. 1) qui affecté la forme de cette lettre et se compose de deux éléments $Z_1/2$ en série et un élément shunt Z_2 ;

b) filtre en π ayant la forme indiquée par la figure 2. Ce filtre est encore symétrique, et se compose de deux impédances $2Z_2$ en shunt et une impédance Z_1 en série ;

c) filtres en L. Il y en a de deux sortes, l'un comme celui de la figure 3 et l'autre comme celui de la figure 4. On remarquera que si l'on connecte les bornes de droite du L de la figure 3 à celles de gauche du L de la figure 4, on obtient un filtre en T comme celui de la figure 1, car les deux impédances shunt $2Z_2$ mises en parallèle constituent l'impédance shunt Z_2 du T.

De même, si l'on connecte le filtre L de la figure 4 devant le filtre L de la figure 3, on obtient le filtre en π de la figure 2, car les deux impédances en série $Z_1/2$ constituent une impédance unique égale à Z_1 comme celle du π .

(6) RELATIONS ENTRE Z_1 ET Z_2

D'après les relations qui existent entre les deux impédances Z_1 et Z_2 , on peut classer les filtres en deux catégories : filtres à K constant et filtres en m.

Filtres à K constant. Dans ces filtres il y a la relation suivante entre Z_1 et Z_2 :

$$Z_1 Z_2 = K^2$$

K étant une constante ayant les dimensions d'une résistance. La résistance R d'entrée ou sortie définie au paragraphe 3 est prise égale à K :

$$R = K$$

Si les terminaisons ne sont pas une résistance R mais une impédance dépendant de la fréquence, on choisit K de façon à ce qu'il soit égal à une valeur de cette impédance pour une fréquence déterminée. C'est ainsi que l'on procède lorsqu'il s'agit par exemple de haut-parleurs pour lesquels on choisit la valeur de l'impédance optimum de charge du transistor final à la fréquence 400 Hz ou 1000 Hz par exemple.

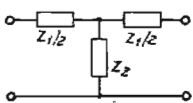


Fig. 1

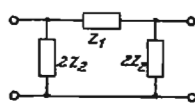


Fig. 2

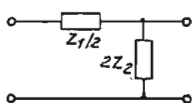


Fig. 3

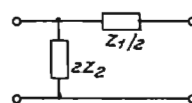


Fig. 4

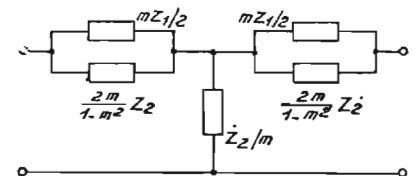


Fig. 5

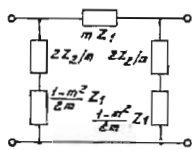


Fig. 6

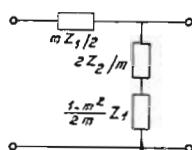


Fig. 7

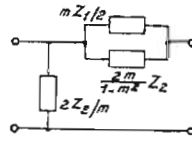


Fig. 8

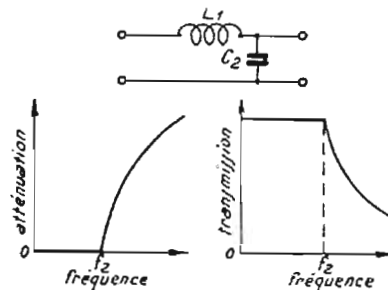


Fig. 9

(7) FILTRES DÉRIVÉS DE M

Ceux-ci ont également les quatre formes en T, π , L première manière et L seconde manière. Les relations entre Z_1 et Z_2 comportent toutefois un paramètre m qui entre dans les coefficients multipliant Z_1 et Z_2 ainsi qu'il est montré sur les valeurs indiquées sur les figures 5 à 8.

Remarquons encore que le filtre de la figure 7 représente la moitié de droite de celui de la figure 6, dans lequel on aurait divisé en deux moitiés l'impédance série mZ_1 .

De même, le filtre de la figure 8 représente la moitié de droite du filtre en T de la figure 5, dans lequel on aurait remplacé l'impédance shunt Z_1/m par deux impédances-shunt $2Z_1/m$ dont la mise en parallèle équivaut justement à Z_1/m . Des filtres en L ayant la forme des figures 7 et 8, mais avec des impédances série de l'autre côté peuvent être envisagées. Ceux-ci, combinés respectivement avec ceux des figures 7 et 8, constitueront comme il vient d'être montré plus haut, des filtres complets des figures 6 et 5 respectivement.

Les filtres en T et π sont dits filtres entiers ou encore des sections entières de filtre, tandis que ceux en L, des demi-filtres ou encore des demi-sections de filtre.

(8) FILTRES MULTIPLES

Il existe deux sortes de filtres multiples (ou encore filtres à sections multiples) :

1) Les filtres uniformes dans lesquels toutes les sections sont identiques, sauf celles des extrémités qui, en général sont des demi-sections aux extrémités libres desquelles on connecte les résistances ou impédances terminales.

2) Les filtres composés, dans lesquels les différentes sections peuvent être de types différents.

FORMULES DE CALCUL DES FILTRES À UNE SECTION

Dans les figures 1 à 8, sont représentées les formes générales des filtres avec les impédances constitutives.

Comme nous l'avons dit, ces impédances se composent de bobines et de capacités réunies d'une manière convenable.

Selon la forme de ces impédances Z_1 et Z_2 , on obtient des filtres de divers types : passe-bas, passe-haut, filtres de bande ou filtres éliminateurs de bande.

Nous allons donner maintenant pour tous ces cas particuliers, les schémas pratiques de ces filtres, la forme de la courbe d'atténuation, celle de la courbe de transmission et les formules de calcul des éléments L et C dans chaque cas.

(9) FILTRES PASSE-BAS DU TYPE À K CONSTANT

Ces filtres correspondent au schéma de la figure 9. Le filtre passe-bas est en L et se compose d'une bobine L_1 et d'une capacité C_2 .

La courbe de droite correspond aux caractéristiques de transmission, f_2 et la fréquence « cut-off ». Celle de gauche est la courbe d'atténuation.

Les formules correspondantes sont :

$$L_1 = R/(\pi f_2) \quad (1)$$

$$C_2 = 1/(\pi f_2 R) \quad (2)$$

On remarquera que l'on a, en se référant au schéma général de la figure 3 :

$$Z_1/2 = j2 \pi f L \quad (3)$$

$$2Z_2 = -j/2 \pi f C_2 \quad (4)$$

f étant une fréquence quelconque.

Des formules (2) et (3), on tire :

$$Z_1 Z_2 = L/C_2$$

et, d'après les formules (1) et (2),

$$Z_1 Z_2 = R^2 = K^2$$

ce qui est la condition requise pour un filtre à K constant.

(10) EXEMPLE NUMÉRIQUE

Soient $R = 500 \Omega$, $f_2 = 200$ Hz. Calculons les éléments du filtre passe-bas à K constant représenté à la figure 9.

Il s'agit de calculer L_1 et C_2 en fonction de R et f_2 , on utilisera les formules (1) pour L_1 et (2) pour C_2 :

$$L_1 = R/(\pi f_2) = 500/(3,14 \cdot 200) \text{ H}$$

$$\text{ou } L_1 = 0,7957 \text{ H} = 795,7 \text{ mH}$$

$$C_2 = \frac{10}{3,14} \mu\text{F} = 3,1 \mu\text{F}$$

Ce filtre en L peut être complété d'un L inversé pour donner un filtre en T ou en π comme on l'a dit au (7). Il peut aussi, servir d'entrée ou de sortie pour un filtre multiple comme indiqué au (8).

(11) FILTRE PASSE-BAS EN M

Ce filtre peut se réaliser d'après l'un des schémas (a) ou (b) de la figure 10. Le calcul des éléments L_1 , L_2 , C_2 se fera à l'aide des formules :

$$L_1 = \frac{mR}{\pi f_2} \quad (5)$$

$$L_2 = \frac{(1 - m^2) R}{4 m \pi f_2} \quad (6)$$

$$C_1 = \frac{1 - m^2}{4 m \pi f_2} \quad (7)$$

$$C_2 = \frac{m}{\pi f_1 R} \quad (8)$$

La valeur de m est liée à celles de f_x et f_2 par la relation :

$$m = \sqrt{1 - (f_2/f_x)^2} \quad (9)$$

qui permet de calculer m si f_x est

donnée ou inversement, de calculer f_x si m est donnée.

(12) EXEMPLE NUMÉRIQUE

On donne $R = 500 \Omega$, $f_2 = 200$ Hz. Si l'on prend $m = 1$, il est facile de voir que ce filtre en m devient un filtre à K constant, en faisant $m = 1$ dans les formules (5) à (8). Ainsi : la formule (5) devient (1), la formule (6) disparaît et L_2 aussi (il faut remplacer L_2 par une connexion en 10 (a)) ; la formule (7) disparaît car $C_1 = 0$, donc en figure 10 (b) C_1 doit être supprimé, la formule (8) devient la formule (2). La formule (9) donne alors $f_2 = f_\infty$. La configuration du filtre est, dans ces conditions, celle de la figure 9.

Prenons maintenant pour m , une valeur souvent adoptée, $m = 0,6$, donc $m^2 = 0,36$. Cette valeur correspond à une courbe sans surtension.

Soient encore, $R = 500 \Omega$, $f_2 = 200$ Hz.

D'après (9) on trouve $f_\infty = 245$ Hz.

D'après (6) on trouve $L_2 = 254$ mH et d'après (5) on a : $C_2 = 1,9 \mu\text{F}$ environ, $L_1 = 480$ mH (formule (7)) et, $C_1 = 1,01 \mu\text{F}$ d'après la formule (8).

DEUXIÈME EXEMPLE FILTRES EN T ET EN π

Les mêmes valeurs étant attribuées à m , R et f_2 , quelles seront les valeurs de L_1 , L_2 , C_1 et C_2 dans un filtre en T. Adoptons le schéma (b) de la figure 10. Les deux branches série $L_1 C_1$ ne seront pas modifiées mais la branche shunt sera réalisée avec deux condensateurs C_2 en parallèle, ce qui donnera une capacité $2C_2 = 3,8 \mu\text{F}$.

Pour un π , C_2 sera inchangé et il y aura une branche série unique.

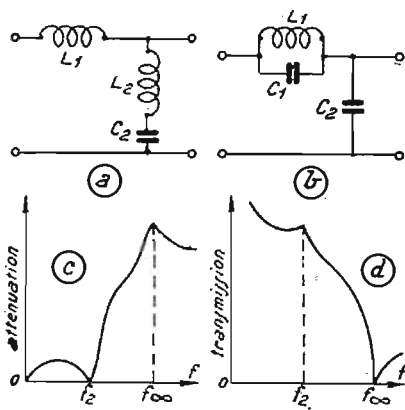


Fig. 10

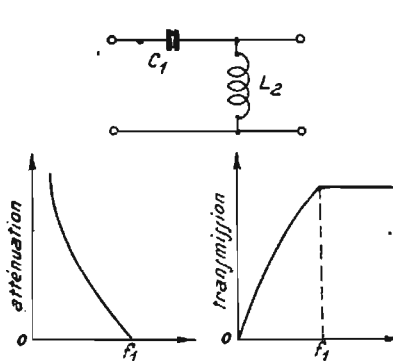


Fig. 11

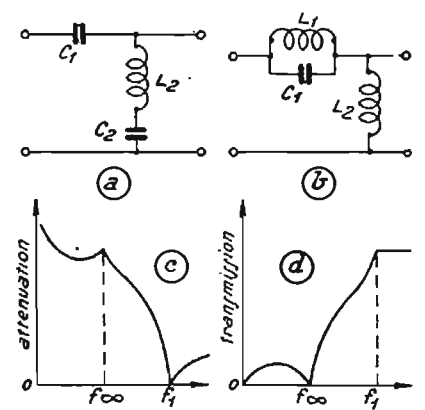


Fig. 12

**(13)
FILTRE PASSE-HAUT
A K CONSTANT**

La figure 11 donne le schéma et les courbes d'atténuation et de transmission.

Les formules de calcul sont :

$$C_1 = \frac{1}{4 \pi f_1 R} \quad (9A)$$

$$L_2 = \frac{R}{4 \pi f_1} \quad (9B)$$

On vérifie aisément que $Z_1 Z_2 = L_2 / C_1 = R^2$.

**(14)
EXEMPLE NUMÉRIQUE**

Soient $R = 5000 \Omega$, $f_1 = 5000 \text{ Hz}$.

En utilisant les formules (9A) et (9B) on trouve :

$$C_1 = 3 \text{ nF}$$

$$L_2 = 79 \text{ mH}$$

**(15)
FILTRES PASSE-HAUT EN M**

Ils sont représentés aux figures 12 et 12 b. f_1 est la fréquence cut-off et f_∞ la fréquence d'atténuation infinie ou de transmission nulle. On utilisera les formules :

$$C_1 = \frac{1}{4 \pi f_1 m R} \quad (10)$$

$$C_2 = \frac{m}{(1 - m^2) \pi f_1 R} \quad (11)$$

$$L_1 = \frac{mR}{(1 - m^2) f_1} \quad (12)$$

$$L_2 = \frac{R}{4 \pi f_1 m} \quad (13)$$

$$m = \sqrt{\frac{1 - f_\infty^2}{f_1^2}} \quad (14)$$

**(16)
FILTRES ÉLIMINATEURS
DE BANDE À K CONSTANT**

Ces filtres éliminent les signaux de fréquences comprises entre f_1 et f_2 . La fréquence f_m est définie par :

$$f_m = \sqrt{f_0 f_1} \quad (15)$$

Les formules de calcul sont :

$$L_1 = \frac{(f_1 - f_0) R}{\pi f_0 f_1} \quad (16)$$

$$L_2 = \frac{R}{4 \pi (f_1 - f_0)} \quad (17)$$

$$C_1 = \frac{1}{4 \pi (f_1 - f_0) R} \quad (18)$$

$$C_2 = \frac{f_1 - f_0}{\pi R f_0 f_1} \quad (19)$$

Pour calculer les divers éléments, il est commode de commencer par calculer d'abord $f_1 - f_0$ et $f_1 f_0$.

Soient $f_1 - f_0 = G$ et $f_1 f_0 = P$, on aura :

$$L_1 = \frac{GR}{P\pi} \quad (20)$$

$$L_2 = \frac{R}{4 G\pi} \quad (22)$$

$$C_1 = \frac{1}{4 GR\pi} \quad (21)$$

$$C_2 = \frac{G}{RP\pi} \quad (23)$$

EXEMPLE NUMÉRIQUE

Soient $R = 500 \Omega$; $f_0 = 400 \text{ Hz}$; $f_1 = 600 \text{ Hz}$; $f = 200 \text{ Hz}$; $P = 24 \cdot 10^4$. On trouve facilement d'après les formules ci-dessous :

$$L_1 = 0,153 \text{ henry ou } 153 \text{ mH}$$

$$L_2 = 0,2 \text{ H environ}$$

$$C_1 = 0,8 \mu\text{F}$$

$$C_2 = 0,53 \mu\text{F}$$

**(17)
ÉLIMINATEURS DE
BANDE DÉRIVÉS DE M**

Il y a deux sortes de filtres éliminateurs de bande. Ceux du type *série* (voir figure 16), ont des courbes d'atténuation comme celles de la figure 17 et des courbes de transmission comme celles de la figure 18.

L'orientation de ces courbes indique clairement qu'il s'agit de filtres éliminateurs de bande : atténuation maximum et transmission nulle dans la bande considérée f à f' .

Pour le filtre série éliminateur de bande les formules de détermi-

nation sont données au tableau I (formules 24 à 29).

TABLEAU I

$$L_1 = \frac{mR (f_1 - f_0)}{\pi f_0 f_1} \quad (24)$$

$$C_1 = \frac{1}{4 \pi (f_1 - f_0) mR} \quad (25)$$

$$L_2 = \frac{aR}{4 \pi (f_1 - f_0)} \quad (26)$$

$$C_2 = \frac{f_1 - f_0}{\pi f_0 f_1 bR} \quad (27)$$

$$L'_2 = \frac{bR}{4 \pi (f_1 - f_0)} \quad (28)$$

$$C'_2 = \frac{f_1 - f_0}{\pi f_0 f_1 aR} \quad (29)$$

Dans ces formules on a m , a , b , et f' données par les formules (30) à (33) de la figure 17.

On choisira par exemple $m = 0,6$. Si l'on diminue m , l'atténuation sera plus rapide. De toute façon, on aura toujours $0 < m < 1$ et si $m = 1$ on retrouve le filtre éliminateur de bande à K constant.

De la formule (30) de la figure 17, on peut déduire la valeur de m^2 , en élevant au carré les deux membres. On obtient une équation où les fréquences et m sont au carré. On donne en général, toutes leurs valeurs aux paramètres, sauf une qui sera déduite de

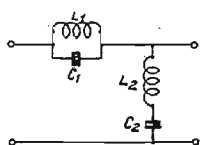


Fig. 13

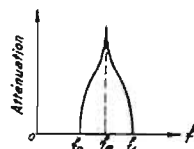


Fig. 14

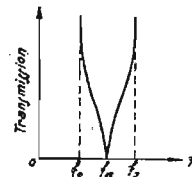


Fig. 15

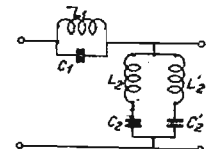


Fig. 16

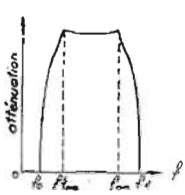


Fig. 17

$$m = \frac{\sqrt{\left(1 - \frac{f_0^2}{f_1^2}\right) \left(1 - \frac{f_1^2}{f_{1\infty}^2}\right)}}{1 - \frac{f_0}{f_1}} \quad (30)$$

$$a = \frac{1}{m} \left(1 - \frac{f_0 f_1}{f_1^2}\right) \quad (31)$$

$$b = \frac{1}{m} \left(1 + \frac{f_{1\infty}}{f_0 f_1}\right) \quad (32)$$

$$f_{1\infty} = f_0 f_1 / f_{1\infty} \quad (33)$$

cette équation. On pourrait, par exemple, se donner d'abord $f_0, f_1, f_{1\infty}$ et déduire $f_{1\infty}$ de (33). La valeur de m sera alors donnée par (30) et celles de a et b par (31) et (32). Il ne restera plus, ensuite, qu'à utiliser les relations (24) à (29) pour calculer les valeurs des bobines et des condensateurs.

EXEMPLE DE CALCUL DE FILTRE ÉLIMINATEUR EN M

Soient $R = 1000 \Omega$, $f_0 = 1000 \text{ Hz}$, $f_1 = 2000 \text{ Hz}$, $f_{1\infty} = 1840 \text{ Hz}$. La formule (33) donne :

$$f_{1\infty} = 1180 \text{ Hz}$$

En introduisant cette valeur dans (30) on trouve $m = 0,6$.

A l'aide des autres formules, on obtient $a = 4,5$; $b = 2,65$ et ensuite $L_1 = 95 \text{ mH}$, $L_2 = 0,36 \text{ H} = 360 \text{ mH}$, $L'_2 = 210 \text{ mH}$, $C_1 = 0,133 \mu\text{F}$, $C_2 = 60 \text{ nF}$, $C'_2 = 35 \text{ nF}$.

(18) ÉLIMINATEUR DE BANDE DÉRIVÉ DE M (SHUNT)

Ce filtre est représenté à la figure 19. Les courbes d'atténuation et de transmission sont comme celles des figures 17 et 18. On procède de la même manière pour calculer les éléments, on détermi-

ne m, a, b et f_1 par les formules données plus haut.

On calcule ensuite les éléments L et C , à l'aide des formules (35) à (40), données par le tableau II.

Pour le calcul numérique, il y a intérêt à calculer préalablement f_0, f_1 et $f_1 - f_0$.

(19) FILTRES PASSE-BANDE

Il existe deux sortes de filtres passe-bande, ceux à K constant et ceux « dérivés de m ». Avec ces filtres, comme leur nom l'indique, on peut éliminer les signaux à une fréquence inférieure à une fréquence donnée f_1 et ceux à une fréquence supérieure à une fréquence donnée f_2 . Le filtre transmettra, par conséquent, les signaux de fréquence comprises dans la bande f_1 à f_2 .

(20) FILTRES PASSE-BANDE À K CONSTANT

Le schéma de ces filtres est donné par la figure 20, l'atténuation est indiquée à la figure 21 et la transmission à la figure 22, on utilisera les formules (41) à (44) du tableau III.

Comme dans certains cas précédents, il sera commode de calculer d'abord des termes comme $f_2 - f_1, f_1, f_2$ qui entrent dans les

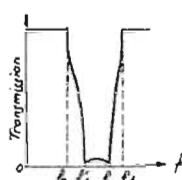


Fig. 18

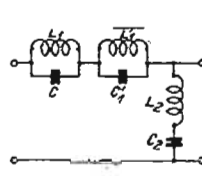


Fig. 19

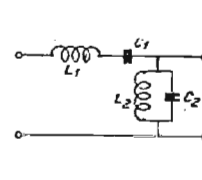


Fig. 20

expressions de plusieurs formules.

FILTRES EN T ET EN π

Les filtres indiqués jusqu'ici sont tous du type L avec la partie horizontale à gauche. En associant chaque filtre avec un autre filtre identique mais avec la partie horizontale à droite, on pourra obtenir soit un filtre en T , soit un filtre en π .

Soit par exemple le filtre de la figure 20. D'après la figure 24, on voit que si nous plaçons à sa droite son symétrique B , nous obtenons le filtre C en T dans lequel on a remplacé les bobines L_2 en parallèle par $L_2/2$ et les condensateurs C_2 en parallèle par $2C_2$.

De même (fig. 25) en plaçant le symétrique à gauche on obtient un filtre en π (fig. 25 C) dans lequel on a remplacé les deux bobines L_1 en série par $2L_1$ et les deux condensateurs C_1 en série par $C_1/2$.

Passons en revue les autres filtres.

FILTRES PASS-BAS

Pour le type à K constant, aucune difficulté, on obtient le T et le π indiqués par la figure 26. Pour le type à m , série, on a le T et le π indiqués par la figure 27. Pour le type à m shunt, on a le T et le π de la figure 28.

FILTRES PASSE-HAUT

La figure 29 donne les schémas des filtres à K constant, à m série et à m shunt, en T et en π correspondants.

Le mécanisme de la composition des filtres en L est clairement indiqué par ces exemples et sera suivi par tous les autres filtres.

TABLEAU II

$$L_1 = \frac{(f_1 - f_0) R}{\pi f_0 f_1 m} \quad (35)$$

$$L_2 = \frac{R}{4 \pi (f_2 - f_1) m} \quad (36)$$

$$L'_2 = \frac{(f_1 - f_0) R}{\pi f_1 f_2 a} \quad (37)$$

$$C_1 = \frac{a}{4 \pi (f_1 - f_0) R} \quad (38)$$

$$C_2 = \frac{m (f_2 - f_1)}{\pi f_0 f_1 R} \quad (39)$$

$$C'_2 = \frac{b}{4 \pi (f_2 - f_1) R} \quad (40)$$

TABLEAU III

$$L_1 = \frac{R}{\pi (f_2 - f_1)} \quad (41)$$

$$L_2 = \frac{(f_1 - f_0) R}{4 \pi f_1 f_2} \quad (42)$$

$$C_1 = \frac{f_2 - f_1}{4 \pi f_1 f_2 R} \quad (43)$$

$$C_2 = \frac{1}{\pi (f_2 - f_1) R} \quad (44)$$

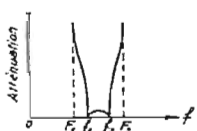


Fig. 21

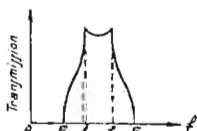


Fig. 22

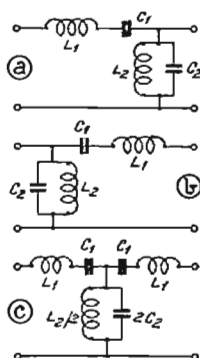


Fig. 23

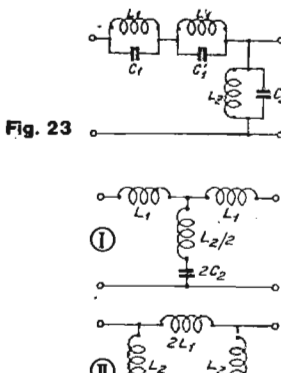


Fig. 24

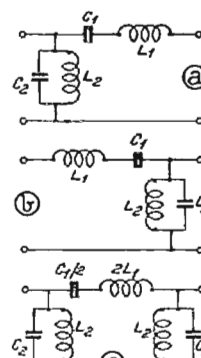


Fig. 25

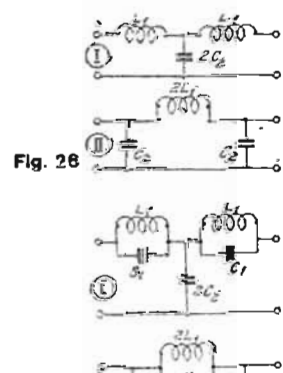


Fig. 26

Fig. 28