

Dans un précédent article intitulé : « Filtres actifs » (voir « Electronique Applications » n° 7, nous avons présenté des généralités concernant le filtrage (gabarits, filtre « prototype », fonctions d'approximation et fonctions caractéristiques, etc.) et le principe de la synthèse dite « en cascade » des filtres actifs. Nous avons également donné dans la troisième partie de ce précédent article des tableaux et des monogrammes permettant la synthèse de nombreux filtres actifs.

Synthèse et réalisation pratique de filtres actifs

Dans le présent article, nous allons réaliser la synthèse de cinq filtres en utilisant les tableaux et abaque donnés dans l'article précédent.

Filtre actif « passe-bas » de Butterworth d'ordre 2

On veut réaliser un filtre caractérisé par le gabarit suivant (fig. 1):

On a :

$$/a/_{\max} = 3 \text{ dB}$$

$$/a/_{\min} = 10 \text{ dB}$$

$$f_p = 1\,000 \text{ Hz}$$

$$f_a = 2\,000 \text{ Hz}$$

$$s = \frac{f_p}{f_a} = \frac{1\,000}{2\,000} = 0,5$$

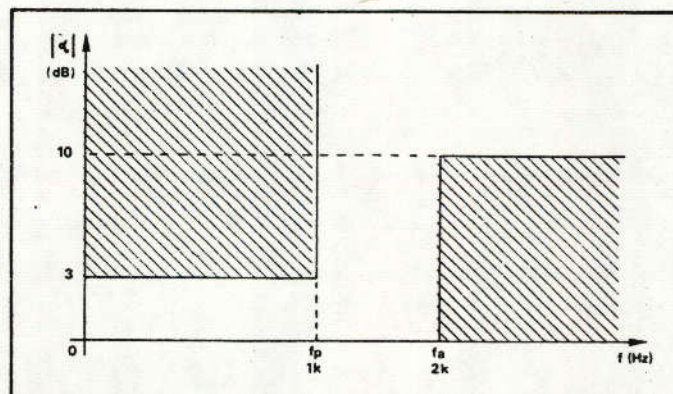


Fig. 1

Les courbes de l'atténuation en fonction de la fréquence des filtres de Butterworth (pour $\alpha/\text{max} = 3 \text{ dB}$) montrent, que pour satisfaire le gabarit ci-dessus, il convient de réaliser un filtre de Butterworth d'ordre 2.

Fonction de transfert

$$f_T(p) = \frac{1}{f_T(p)} = \frac{V_1}{V_2} = p^2 + \sqrt{2} p + 1$$

soit :

$$f_T(p) = p^2 + 1,414213 p + 1$$

$$f_T(p) = \frac{1}{p^2 + 1,414213 p + 1}$$

Synthèse du filtre

Le filtre sera réalisé en utilisant un circuit élémentaire « passe-bas » du second ordre.

Le schéma d'un tel circuit est donné figure 2.

K est une source commandée de tension (voir fig. 3 et 4).

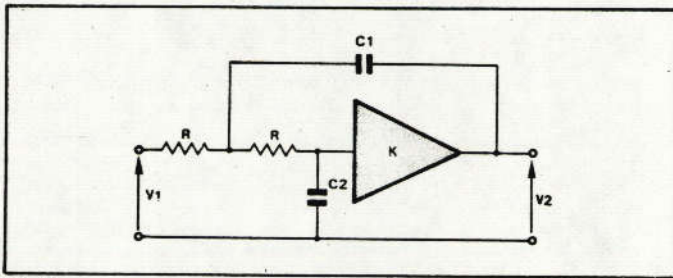


Fig. 2

$$K = \frac{V_2'}{V_1'} = \frac{R_s + r}{R_s} \cdot \frac{1}{1 - \frac{R_s + r}{A R_s}}$$

$$r \ll R_s; K = \frac{R_s}{R_s} \cdot \frac{1}{1 - \frac{R_s}{A R_s}} = 1 \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{A}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{A}}$$

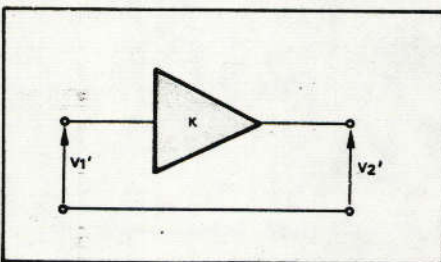


Fig. 3

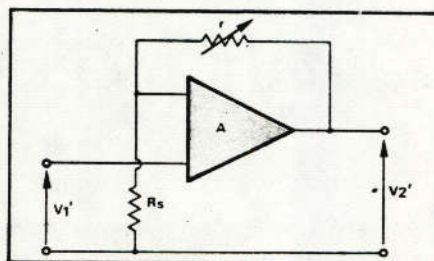


Fig. 4

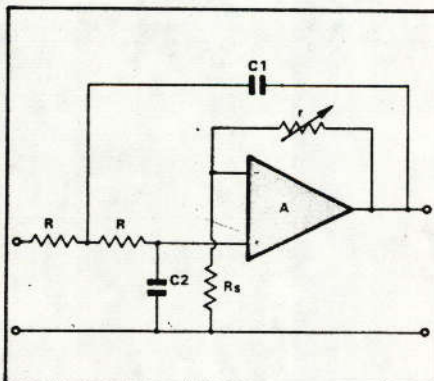


Fig. 5

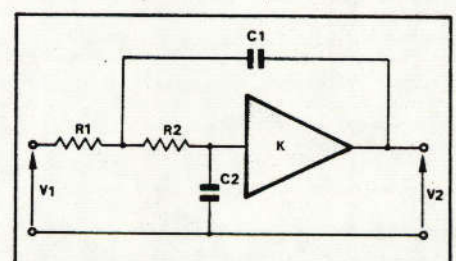


Fig. 6

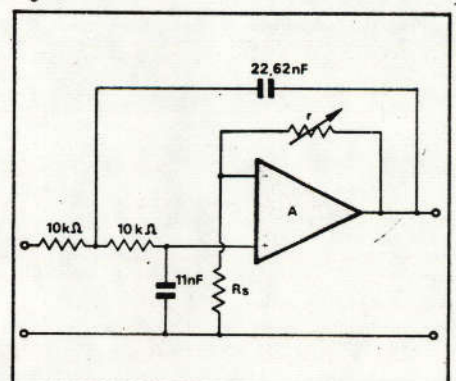


Fig. 7

$$K = \frac{A}{A - 1}$$

$$\text{si } A \gg 1; K = 1$$

Le schéma du filtre sera donc celui représenté figure 5.

$$f_T(p) = \frac{V_2}{V_1}$$

$$= \frac{K}{R_1 R_2 C_1 C_2 p^2 + [R_1 C_2 + R_2 C_2 + (1 - K) R_2 C_1] p + 1}$$

$$\text{Si } R_1 = R_2 = R$$

$$f_T(p) = \frac{K}{R^2 C_1 C_2 p^2 + [2 R C_2 + (1 - K) R C_1] p + 1}$$

$$\text{Si } K = 1 + \epsilon$$

$$f_T(p) = \frac{(1 + \epsilon)}{R^2 C_1 C_2 p^2 + [2 R C_2 + (1 - 1 - \epsilon) R C_1] p + 1}$$

$$f_T(p) = \frac{(1 + \epsilon)}{R^2 C_1 C_2 p^2 + [2 R C_2 - \epsilon R C_1] p + 1}$$

$$f_T(p) = \frac{(1 + \epsilon)}{R^2 C_1 C_2 p^2 + R [2 C_2 - \epsilon C_1] p + 1}$$

$$\text{Si } \epsilon = 0$$

$$f_T(p) = \frac{1}{R^2 C_1 C_2 p^2 + 2 R C_2 p + 1}$$

On a donc :

$$\frac{1}{p^2 + 1,414213 p + 1} \quad \text{et} \quad \frac{1}{R^2 C_1 C_2 p^2 + 2 R C_2 p + 1}$$

d'où :

$$\frac{1}{-\frac{\omega^2}{\omega_p^2} + 1,414213 j \frac{\omega}{\omega_p} + 1} = \frac{1}{-R^2 C_1 C_2 \omega^2 + 2 R C_2 j \omega + 1}$$

$$1,414213 j \frac{\omega}{\omega_p} = 2 R C_2 j \omega$$

$$\frac{1,414213}{\omega_p} = 2 RC_2; \text{ on prend :}$$

$$R = 10 \text{ k}\Omega$$

$$C_2 = \frac{1,414213}{2} \cdot \frac{1}{R \omega_p} = \frac{1,414213}{2} \cdot C_0 = 0,7071 \cdot C_0$$

$$C_0 = \frac{1}{10^4 \cdot \omega_p}; \omega_p = 2 \pi f_p = 6,28318 \cdot 1000 = 6283,18$$

$$C_0 = \frac{1}{10^4 \cdot 6283,18} = 0,00000016; C_0 = 16 \text{ nF}$$

$$C_2 = 0,7071 \cdot C_0; C_2 = 11 \text{ nF}$$

On a également :

$$-\frac{\omega^2}{\omega_p^2} = -R^2 C_1 C_2 \omega^2$$

$$\frac{1}{\omega_p^2} = R^2 C_1 C_2 = R^2 C_1 \cdot 0,7071 \cdot C_0$$

$$\frac{1}{\omega_p^2} = R^2 C_1 \cdot 0,7071 \cdot \frac{1}{10^4 \cdot \omega_p} = C_1 \cdot 0,7071 \cdot \frac{10^4}{\omega_p}$$

$$C_1 = \frac{1}{\omega_p^2} \cdot \frac{1}{0,7071} \cdot \frac{1}{10^4 \cdot \omega_p}$$

$$= \frac{1}{0,7071} \cdot \frac{1}{10^4 \cdot \omega_p} = \frac{1}{0,7071} \cdot C_0$$

$$C_1 = 1,414227 \cdot C_0 = 1,414227 \cdot 16$$

$$C_1 = 22,627 \text{ nF}$$

On obtient donc le filtre suivant représenté figure 7 :

Filtre actif « passe-bas » de Tchebycheff d'ordre 5

On veut réaliser un filtre actif « passe-bas » de Tchebycheff caractérisé par le gabarit suivant (fig. 9) :

Paramètres du filtre

$$\begin{aligned} /a/_{\max} &= 1 \text{ dB} \\ /a/_{\min} &= 30 \text{ dB} \\ f_p &= 800 \text{ Hz} \\ f_a &= 1200 \text{ Hz} \end{aligned}$$

$$f_T(p) =$$

$$\frac{1}{(2,3293 p^2 + 1,0911 p + 1)(1,0118 p^2 + 0,1810 p + 1)(3,454 p + 1)}$$

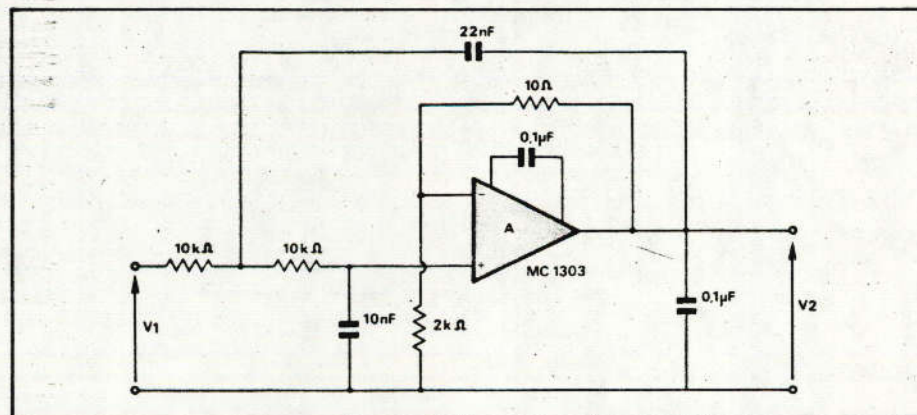


Fig. 8

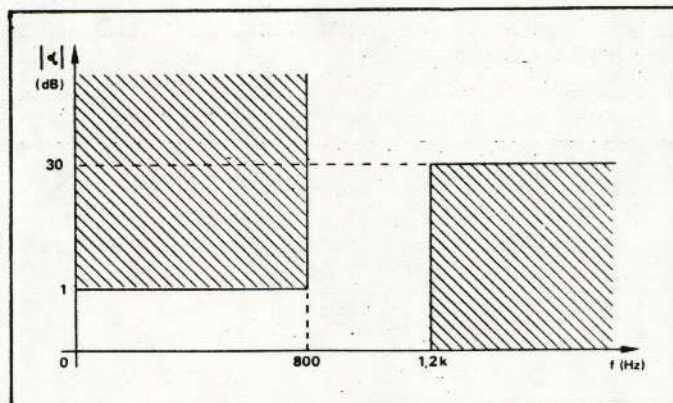


Fig. 9

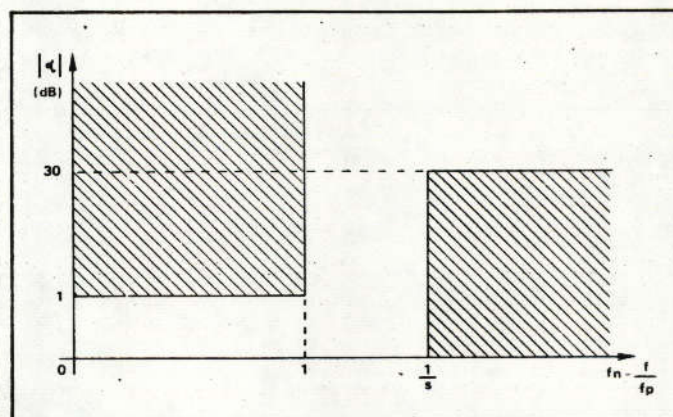


Fig. 10

$$s = \frac{f_p}{f_a} = \frac{800}{1200} = 0,66666$$

$$\frac{1}{s} = \frac{1200}{800} = 1,5$$

L'abaque permettant de déterminer l'ordre du filtre, lorsque l'on connaît $/a/_{\max}$, $/a/_{\min}$ et s , montre que l'on doit réaliser, pour satisfaire le gabarit précédent, un filtre d'ordre 5.

Fonction de transfert

$$f_T(p) = \frac{1}{f_T(p)} = \frac{1}{(2,3293 p^2 + 1,0911 p + 1)(1,0118 p^2 + 0,1810 p + 1)(3,454 p + 1)}$$

Gabarit normalisé
(voir fig. 10)

Synthèse du filtre

Le filtre sera réalisé avec deux circuits élémentaires « passe-bas » du second ordre dont le schéma est le suivant (fig. 11):

La fonction de transfert de ce montage est (voir fig. 11):

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{R^2 C_1 C_2 p^2 + 2 RC_2 p + 1}$$

et un circuit élémentaire « passe-bas » du premier ordre dont le schéma est le suivant (fig. 12):

La fonction de transfert de ce montage est (voir fig. 12):

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{1 + RC p}$$

On aura donc le montage suivant (fig. 13):

Le schéma des sources commandées est le suivant (fig. 14):

Calcul des valeurs des composants passifs R, C₁, C₂, C₃, C₄ et C₅

On choisit comme unité d'impédance:

$$R = 10 \text{ k}\Omega$$

$$\omega_p = 2\pi f_p = 2\pi \cdot 800 = 6,2831853 \times 800;$$

$$\omega_p = 5026,548$$

1^{er} circuit

$$\text{On a: } \frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{2,3293 p^2 + 1,0911 p + 1}$$

$$\text{et: } \frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{R^2 C_1 C_2 p^2 + 2 RC_2 p + 1}$$

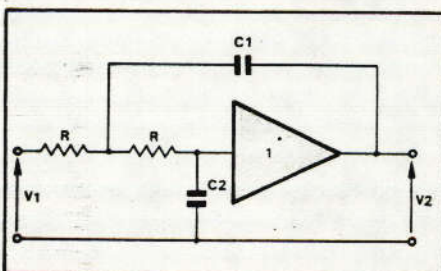


Fig. 11

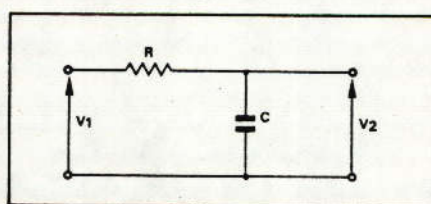


Fig. 12

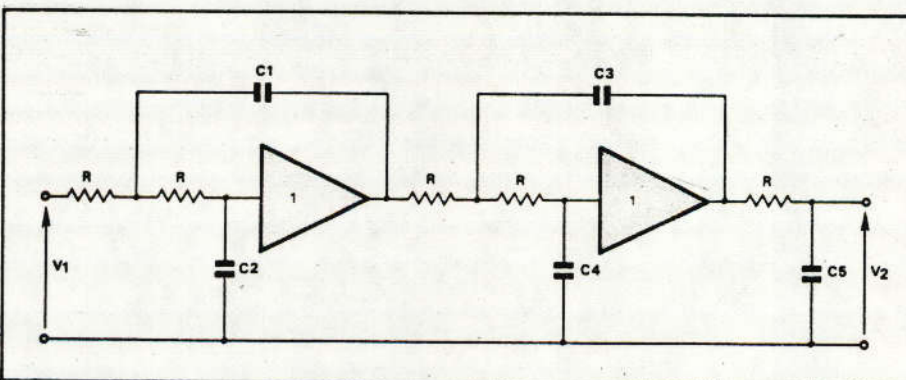


Fig. 13

$$\text{Donc: } 1,0911 j \frac{\omega}{\omega_p} = 2 RC_2 j \omega$$

$$\frac{1,0911}{\omega_p} = 2 R C_2; C_2 = \frac{1,0911}{2} \cdot \frac{1}{R \omega_p} = 0,54555 \cdot C_0$$

$$C_0 = \frac{1}{R \cdot \omega_p} = \frac{1}{10^4 \times 5026,548}$$

$$C_0 = 20 \text{ nF}$$

$$C_2 = 0,54555 \cdot 20; C_2 = 10,911 \text{ nF}$$

On a également:

$$2,3293 j^2 \frac{\omega^2}{\omega_p^2} = R^2 C_1 C_2 j^2 \omega^2;$$

$$\frac{2,3293}{\omega_p^2} = R^2 C_1 \times 0,54555 \times \frac{1}{R \omega_p}$$

$$\frac{2,3293}{0,54555} \times \frac{1}{R \omega_p} = C_1;$$

$$C_1 = 4,269636 \cdot C_0$$

$$C_1 = 4,269636 \times 20$$

$$C_1 = 85,392 \text{ nF}$$

2^e circuit

On a:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{1,0118 p^2 + 0,1810 p + 1}$$

et

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{R^2 C_3 C_4 p^2 + 2 RC_4 p + 1}$$

donc:

$$\frac{\omega}{\omega_p} \cdot 0,1810 j = 2 RC_4 j \omega;$$

$$\frac{0,1810}{\omega_p} = 2 RC_4$$

$$\frac{0,1810}{2} \times \frac{1}{R \omega_p} = C_4 = 0,0905 \cdot C_0;$$

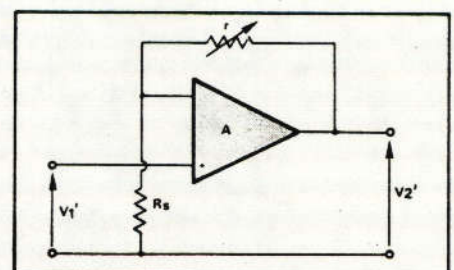


Fig. 14

$$C_4 = 0,0905 \times 20$$

$$C_4 = 1,81 \text{ nF};$$

On a également :

$$1,0118 j^2 \frac{\omega^2}{\omega_p^2} = R^2 C_3 C_4 j^2 \omega^2;$$

$$\frac{1,0118}{\omega_p^2} = R^2 C_3 C_4 = R^2 C_3 \cdot 0,0905 \times \frac{1}{R \omega_p}$$

$$C_3 = \frac{1,0118}{0,0905} \cdot \frac{1}{R \omega_p} = 11,18011 \times 20;$$

$$C_3 = 223,6022 \text{ nF}$$

3° circuit

On a :

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{3,454 p + 1}$$

et :

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{1 + R C_5 p}$$

donc :

$$3,454 \cdot j \frac{\omega}{\omega_p} = R C_5 j \omega;$$

$$\frac{3,454}{\omega_p} = R \cdot C_5;$$

$$C_5 = 3,454 \times \frac{1}{R \omega_p}$$

$$C_5 = 3,454 \times C_0;$$

$$C_5 = 3,454 \times 20;$$

$$C_5 = 69,08 \text{ nF}$$

On obtient donc le schéma suivant (fig. 15)

Réponse du filtre à une « percussion »

Soit le schéma de la figure 16 :

On a :

$$S(t) \rightarrow S(s); S(s) = 1; h(t) \rightarrow h(s);$$

$$h(s) = F(s) \cdot S(s) = F(s); h(t) \rightarrow F(s)$$

Soit le schéma représenté figure 17 :

On a :

$$r(t) \rightarrow r(s); f(t) \rightarrow f(s);$$

$$r(s) = F(s) \cdot f(s) = h(s) \cdot f(s);$$

$$r(t) \rightarrow h(s) \cdot f(s)$$

$$\int_0^t f(\tau) \cdot h(t-\tau) d\tau \rightarrow h(s) \cdot f(s)$$

$$r(t) = \int_0^t f(\tau) \cdot h(t-\tau) \cdot d\tau$$

Soient les courbes $h(t)$ et $f(t)$ représentées figure 18.

Si τ est suffisamment petit pour qu'on puisse considérer l'amplitude de $h(t)$ constante pendant l'intervalle de temps τ , on a :

$$r(t) = A \cdot \tau \cdot h(t)$$

Calcul de $h(t)$

$$f_T(p) = \frac{1}{2,3293 p^2 + 1,0911 p + 1} \times \frac{1}{1,0118 p^2 + 0,1810 p + 1} \times \frac{1}{3,454 p + 1}$$

$$p_1 = \frac{-1,0911 + \sqrt{(1,0911)^2 - 4 \times 2,3293}}{2 \times 2,3293} = -0,23421 + j 0,61192 = \alpha$$

$$p_2 = -0,23421 - j 0,61192 = \alpha^*$$

$$p_3 = \frac{-0,1810 + \sqrt{(0,1810)^2 - 4 \times 1,0118}}{2 \times 1,0118} = -0,08944 + j 0,99011 = \beta$$

$$p_4 = -0,08944 - j 0,99011 = \beta^*$$

$$p_5 = -\frac{1}{3,454} = -0,28951 = \gamma$$

$$f_T(p) =$$

$$\frac{2,3293 (p_1 - \alpha) (p - \alpha^*) \cdot 1,0118 (p_1 - \beta) (p - \beta^*) \cdot 3,454 (p - \gamma)}{2,3293 (p_1 - \alpha) (p - \alpha^*) \cdot 1,0118 (p_1 - \beta) (p - \beta^*) \cdot 3,454 (p - \gamma)}$$

$$f_t(p) = \frac{1}{8,14033} \times \frac{1}{(p - \alpha) (p - \alpha^*) (p - \beta) (p - \beta^*) (p - \gamma)}$$

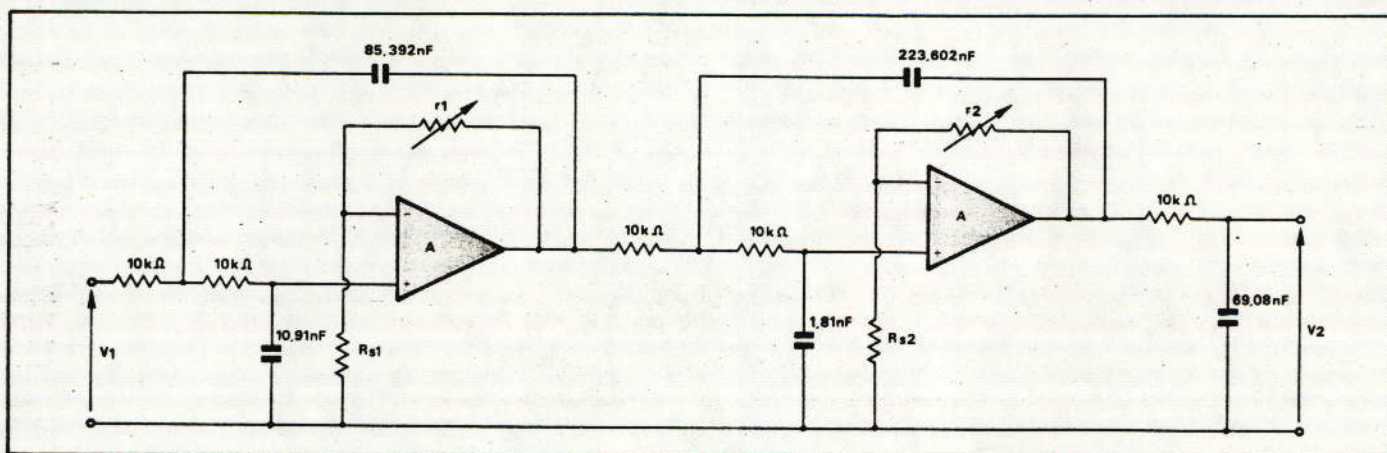


Fig. 15

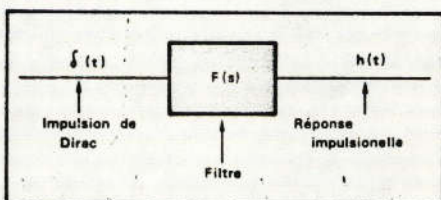


Fig. 16

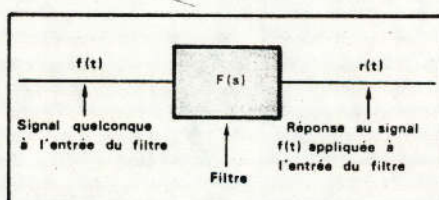


Fig. 17

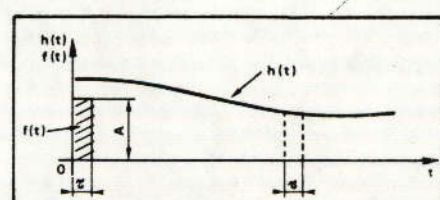


Fig. 18

Mais :

$$\frac{1}{(p-a)(p-a^*)(p-\beta)(p-\beta^*)(p-\gamma)}$$

$$= \frac{A}{p-a} + \frac{B}{p-a^*} + \frac{C}{p-\beta} + \frac{D}{p-\beta^*} + \frac{E}{p-\gamma}$$

avec :

$$A = \frac{1}{(a-a^*)(a-\beta)(a-\beta^*)(a-\gamma)}$$

$$B = \frac{1}{(a^*-a)(a^*-\beta)(a^*-\beta^*)(a^*-\gamma)}$$

$$C = \frac{1}{(\beta-a)(\beta-a^*)(\beta-\beta^*)(\beta-\gamma)}$$

$$D = \frac{1}{(\beta^*-a)(\beta^*-a^*)(\beta^*-\beta)(\beta^*-\gamma)}$$

$$E = \frac{1}{(\gamma-a)(\gamma-a^*)(\gamma-\beta)(\gamma-\beta^*)}$$

Donc :

$$f_T(p) =$$

$$0,12284 \frac{A}{p-a} + \frac{B}{p-a^*} + \frac{C}{p-\beta} + \frac{D}{p-\beta^*} + \frac{E}{p-\gamma}$$

$$\text{or : } h(p) = f_T(p)$$

$$h(t) \supset h(p) ; \text{ donc : } h(t) \supset f_T(p)$$

$$\frac{1}{p+u} [e^{-ut} \cdot \tau(t)]$$

$$h(t) = 0,12284 [Ae^{at} + Be^{a^*t} + Ce^{\beta t} + De^{\beta^*t} + Ee^{\gamma t}] \cdot r(t)$$

$$h(t) = \frac{0,12284}{(a-a^*)(a-\beta)(a-\beta^*)(a-\gamma)} \cdot e^{at} \cdot r(t)$$

$$+ \frac{0,12284}{(a^*-a)(a^*-\beta)(a^*-\beta^*)(a^*-\gamma)} e^{a^*t} \cdot r(t)$$

$$+ \frac{0,12284}{(\beta-a)(\beta-a^*)(\beta-\beta^*)(\beta-\gamma)} e^{\beta t} \cdot r(t)$$

$$+ \frac{0,12284}{(\beta^*-a)(\beta^*-a^*)(\beta^*-\beta)(\beta^*-\gamma)} e^{\beta^*t} \cdot r(t)$$

$$+ \frac{0,12284}{(\gamma-a)(\gamma-a^*)(\gamma-\beta)(\gamma-\beta^*)} \cdot e^{\gamma t} \cdot r(t)$$

On obtient donc, tous calculs faits, pour $h(t)$ à partir de la fonction de transfert normalisée :

$$h(t) = -0,4686 \cdot e^{-0,23421 t} \cdot \cos 0,61192 t \cdot r(t)$$

$$+ 0,1793 \cdot e^{-0,23421 t} \cdot \sin 0,61192 t \cdot r(t)$$

$$+ 0,14959 \cdot e^{-0,08944 t} \cdot \cos 0,99011 t \cdot r(t)$$

$$- 0,11512 \cdot e^{-0,08944 t} \cdot \sin 0,99011 t \cdot r(t)$$

$$+ 0,31891 \cdot e^{-0,28951 t} \cdot r(t)$$

Et, pour le filtre présentement étudié de dernière pulsation passante ω_p , on obtient pour la réponse impulsion-

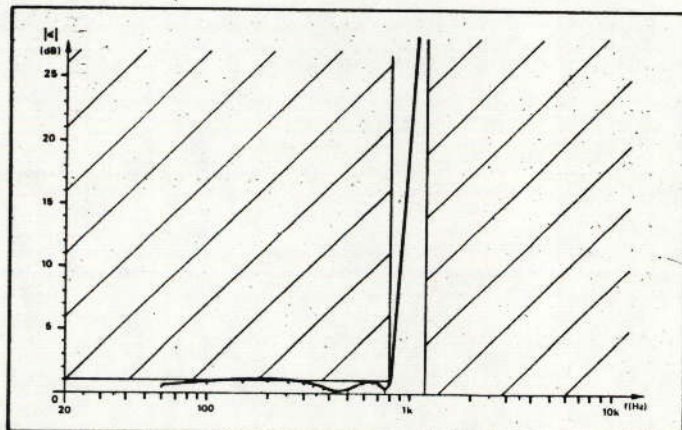


Fig. 19

nelle que l'on notera h' en fonction du temps que l'on notera t' :

$$h'(t') =$$

$$-0,4686 \omega_p \cdot e^{-0,23421 \omega_p t'} \cdot \cos 0,61192 \omega_p \cdot t' \cdot r(t')$$

$$+ 0,1793 \omega_p \cdot e^{-0,23421 \omega_p t'} \cdot \sin 0,61192 \omega_p \cdot t' \cdot r(t')$$

$$+ 0,14959 \omega_p \cdot e^{-0,08944 \omega_p t'} \cdot \cos 0,99011 \omega_p \cdot t' \cdot r(t')$$

$$- 0,11512 \omega_p \cdot e^{-0,08944 \omega_p t'} \cdot \sin 0,99011 \omega_p \cdot t' \cdot r(t')$$

$$+ 0,31891 \omega_p \cdot e^{-0,28951 \omega_p t'} \cdot r(t')$$

La courbe d'affaiblissement du filtre présentement étudié et réalisé avec des circuits intégrés $\mu A 741$ est donnée dans la figure 19.

Filtre actif « passe-haut » de Tchebycheff d'ordre 3

On veut réaliser un filtre actif de Tchébycheff dont le gabarit est le suivant (fig. 20) :

Le gabarit normalisé est donné dans la figure 21

On a :

$$f_p = 200 \text{ Hz}$$

$$f_a = 150 \text{ Hz}$$

$$/a/_{\max} = 1 \text{ dB}$$

$$/a/_{\min} = 7 \text{ dB}$$

$$s = \frac{f_a}{f_p} = \frac{150}{200} = 0,75$$

Gabarit du filtre prototype « passe-bas » (fig. 22)

$$f_p = 200 \text{ Hz}$$

$$f_a' = 266,6 \text{ Hz}$$

$$/a/_{\max} = 1 \text{ dB}$$

$$/a/_{\min} = 7 \text{ dB}$$

$$s' = \frac{f_p}{f_a'} = 0,75$$

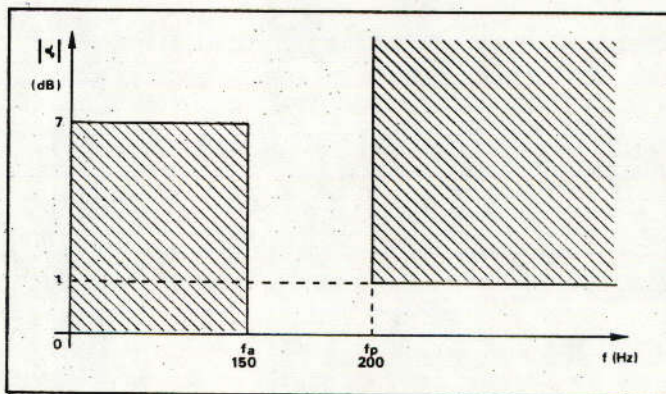


Fig. 20

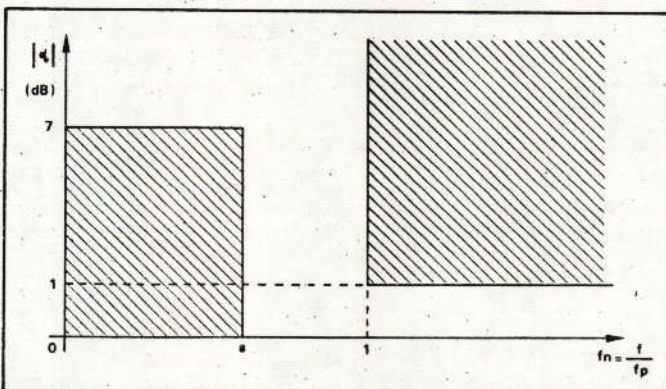


Fig. 21

$$\text{et } f_s = \frac{f_p}{0,75} = \frac{200}{0,75} = 266,666 \text{ Hz}$$

$$\frac{1}{s'} = \frac{f_s}{f_p} = \frac{1}{0,75} = 1,33333$$

Gabarit normalisé du filtre prototype « passe-bas » (fig. 23)

Fonction de transfert normalisée du filtre « passe-bas » prototype

L'abaque, permettant de déterminer l'ordre du filtre de Tchébycheff, quand on connaît $\alpha/\max$, $\alpha/\min$ et s' , montre que, pour satisfaire le précédent gabarit, il convient de construire un filtre d'ordre 3.

La fonction de transfert est donc pour $\alpha/\max = 1 \text{ dB}$.

$$f_{Tr}(p) = \frac{1}{f_t(p)} =$$

$$(1,0058 p^2 + 0,4970 p + 1)(2,023 p + 1)$$

soit :

$$f_t(p) = \frac{1}{(1,0058 p^2 + 0,4970 p + 1)(2,023 p + 1)}$$

Fonction de transfert du filtre « passe-haut »

On transforme p en $1/p$. On obtient donc :

$$1,0058 \cdot \frac{1}{p^2} + 0,4970 \frac{1}{p} + 1 = \frac{1,0058}{p^2} + \frac{0,4970 p}{p^2} + \frac{p^2}{p^2}$$

soit :

$$\frac{1}{1,0058 + 0,4970 p + p^2} = \frac{p^2}{p^2 + 0,4970 p + 1,0058}$$

soit :

$$\frac{\frac{p^2}{1,0058}}{\frac{p^2}{1,0058} + \frac{0,4970}{1,0058} p + 1} = \frac{0,994233 p^2}{0,994233 p^2 + 0,494134 p + 1}$$

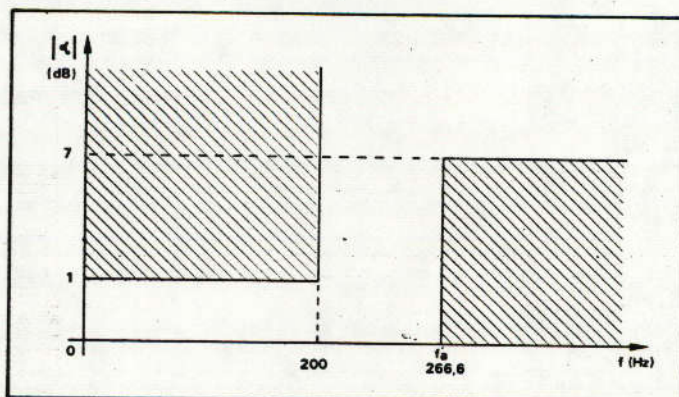


Fig. 22

On a également :

$$\frac{1}{2,023 p + 1}$$

Donc, après transformation :

$$\frac{1}{\frac{2,023}{p} + 1}$$

$$\frac{1}{\frac{2,023}{p} + \frac{p}{p}} = \frac{1}{\frac{p + 2,023}{p}} = \frac{p}{p + 2,023}$$

$$\frac{\frac{p}{2,023}}{\frac{p}{2,023} + 1} = \frac{0,494315 p}{0,494315 p + 1}$$

On obtient donc :

$$f_t(p) = \frac{(0,994233 p^2) \cdot (0,494315 p)}{(0,994233 p^2 + 0,494134 p + 1)(0,494315 p + 1)}$$

Synthèse du filtre

Le circuit élémentaire « passe-haut » du deuxième ordre est donné figure 24

La fonction de transfert de ce circuit est :

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{K R_1 R_2 C^2 p^2}{R_1 R_2 C^2 p^2 + C [2 R_1 + R_2 (1 - K)] p + 1}$$

Si $K = 1$, on a :

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{R_1 R_2 C^2 p^2}{R_1 R_2 C^2 p^2 + 2 R_1 C p + 1}$$

K est une source commandée de la forme de celle représentée figure 25.

Le circuit élémentaire « passe-haut » du premier ordre est représenté figure 26

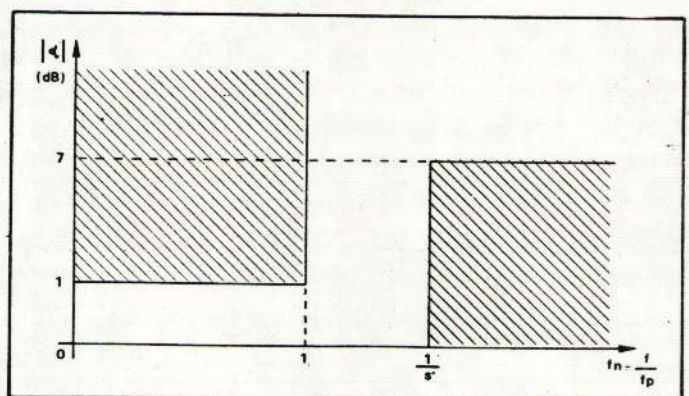


Fig. 23

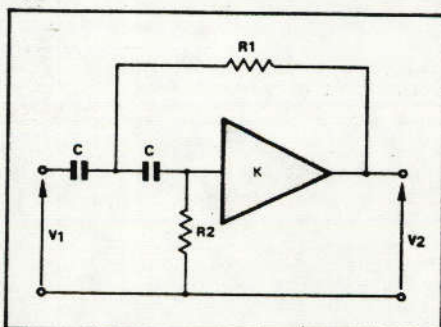


Fig. 24

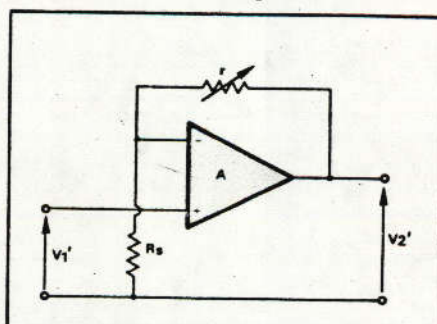


Fig. 25

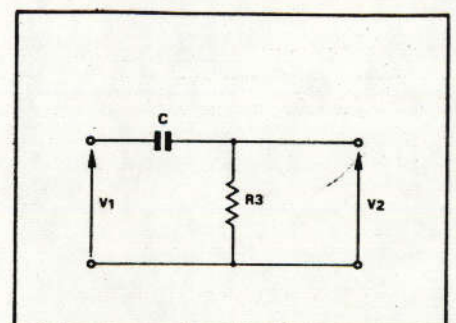


Fig. 26

Sa fonction de transfert est :

$$\frac{R_3 C p}{R_3 C p + 1}$$

On obtient donc le montage suivant représenté dans la figure 27.

Soit le montage représenté figure 28.

Calcul des valeurs des composants

On a :

$$\frac{0,994233 p^2}{0,994233 p^2 + 0,494134 p + 1}$$

et :

$$\frac{R_1 R_2 C^2 p^2}{R_1 R_2 C^2 p^2 + 2 R_1 C p + 1}$$

On peut donc écrire que l'on a :

$$0,494134 = \frac{\omega}{\omega_p} 2 R_1 C j \omega$$

$$\frac{0,494134}{\omega_p} = 2 R_1 C$$

Prenons : $C = 0,1 \mu F$.

On a :

$$R_1 = \frac{0,494134}{2} \cdot \frac{1}{C \omega_p} = 0,247067 \cdot R_o$$

$$R_o = \frac{1}{C \omega_p} = \frac{1}{\frac{1}{10^7} \cdot 2 \pi \cdot 200} = \frac{10^7}{400 \cdot \pi}$$

$$R_o = \frac{10^7}{1256,637} \quad R_o = 7957,7475 \Omega$$

$$R_1 = 0,247067 \times 7957,7475 = 1966,096 \Omega$$

$$R_1 = 1,966 k\Omega$$

On a ensuite :

$$0,994233 j^2 \cdot \frac{\omega^2}{\omega_p^2} = R_1 R_2 C^2 j^2 \omega^2$$

$$\frac{0,994233}{\omega_p^2} = R_1 R_2 C^2$$

$$0,994233 = \omega_p^2 \cdot 0,247067 \cdot \frac{1}{C \omega_p} \cdot R_2 \cdot C^2$$

$$\frac{0,994233}{0,247067} = \omega_p \cdot R_2 \cdot C$$

$$R_2 = \frac{1}{C \omega_p} \cdot 4,024143249 = 4,024143249 \times R_o$$

$$R_2 = 4,024143249 \times 7957,7475 = 32023,11588 \Omega$$

$$R_2 = 32,023 k\Omega$$

On a également :

$$\frac{0,494315 p}{0,494315 p + 1} \text{ et } \frac{R_3 C p}{R_3 C p + 1}$$

Donc :

$$0,494315 j \frac{\omega}{\omega_p} = R_3 C j \omega$$

$$\frac{0,494315}{\omega_p} = R_3 C$$

$$R_3 = 0,494315 \cdot \frac{1}{C \omega_p} = 0,494315 \times R_o$$

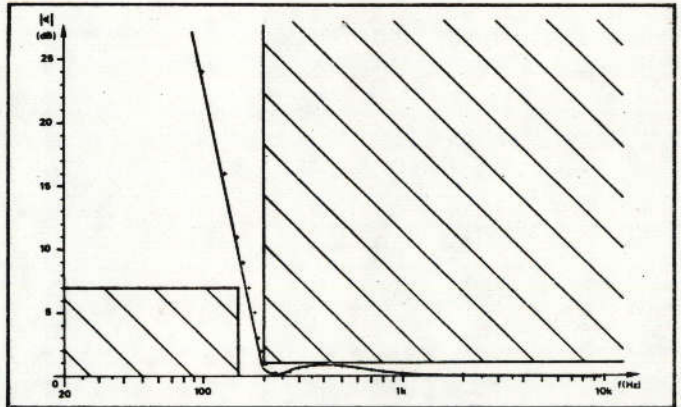


Fig. 30

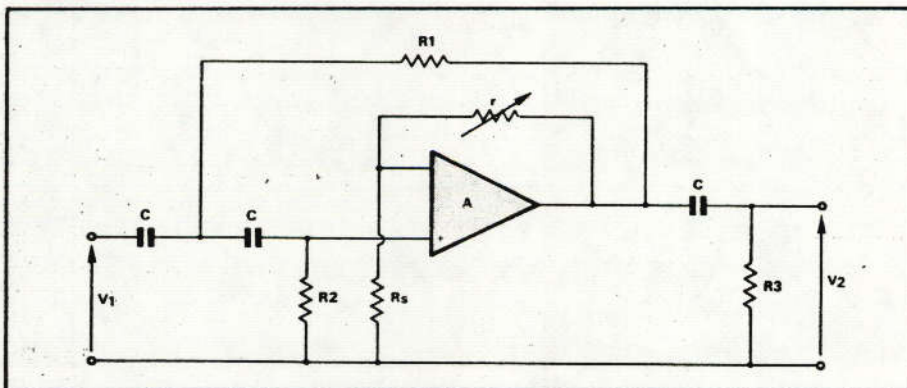


Fig. 27

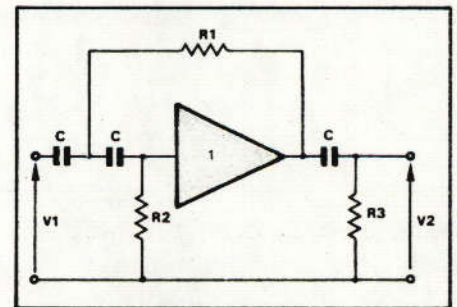


Fig. 28

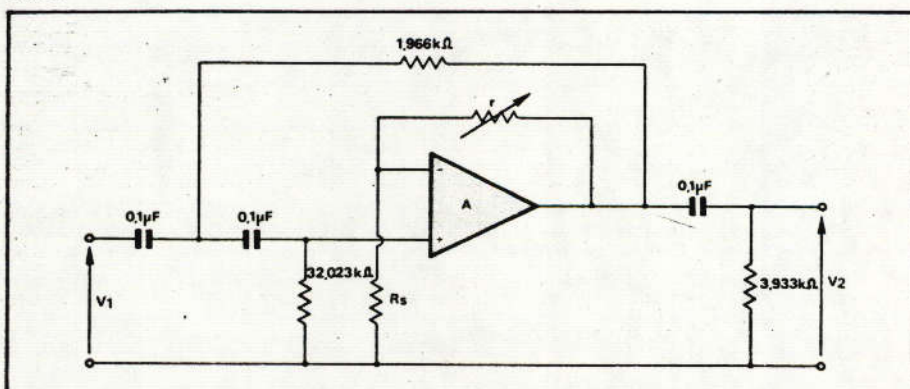


Fig. 29

$$R_3 = 0,494315 \times 7957,7475 = 3933,633955 \, \Omega$$

$$R_3 = 3,933 \, \text{k}\Omega$$

On obtient donc le schéma suivant représenté figure 29 et la courbe d'affaiblissement donnée figure 30.

Filtre actif « passe-bande » de Butterworth d'ordre 6

Dans cet exemple nous allons d'abord étudier les conditions pour que le filtre soit symétrique. Soit la figure 31.

On a :

$$L_B = \frac{f_p^+ - f_p^-}{f_o}$$

$$f_p^+ \cdot f_p^- = f_a^- \cdot f_a^+ = f_o^2$$

$$L_B = 100 \% \text{ soit : } L_B = 1$$

$$f_o = 800 \, \text{Hz}$$

$$f_p^+ \cdot f_p^- = (800)^2$$

$$f_p^+ - f_p^- = 800 \times 1 = 800$$

$$f_p^+ = 800 + f_p^-$$

$$(800 + f_p^-) \cdot f_p^- = (800)^2$$

$$800 f_p^- + (f_p^-)^2 = (800)^2$$

$$(f_p^-)^2 + 800 f_p^- - (800)^2 = 0$$

$$f_p^- = \frac{-800 \pm \sqrt{(800)^2 + 4 \times (800)^2}}{2} = \frac{\pm 1788,854 - 800}{2}$$

On retient donc :

$$f_p^- = 494,427 \, \text{Hz}$$

$$f_p^- \simeq 495 \, \text{Hz}$$

$$f_p^+ = \frac{(800)^2}{f_p^-} = \frac{(800)^2}{494,427} = 1,2944276 \, \text{kHz}$$

$$f_p^+ = 1294,42 \, \text{Hz}$$

$$f_p^+ \simeq 1295 \, \text{Hz}$$

$$\text{On prend : } f_a^+ = 2000 \, \text{Hz}$$

$$f_a^- = \frac{(800)^2}{2000} = 320 \, \text{Hz}$$

On veut réaliser le filtre caractérisé par le gabarit suivant (fig. 32) :

$$f_p^- = 495 \, \text{Hz}$$

$$f_p^+ = 1295 \, \text{Hz}$$

$$f_a^+ = 2000 \, \text{Hz}$$

$$f_a^- = 320 \, \text{Hz}$$

$$f_o = 800 \, \text{Hz}$$

$$f_p^+ \cdot f_p^- = f_a^+ \cdot f_a^- = f_o^2 = 640\,000$$

$$/a/_{\text{max}} = 3 \, \text{dB}$$

$$/a/_{\text{min}} = 35 \, \text{dB}$$

$$s = \frac{f_p^+ - f_p^-}{f_a^+ - f_a^-} = \frac{800}{1680} = 0,4761$$

$$L_B = \frac{f_p^+ - f_p^-}{f_o} = \frac{800}{800} = 1, \text{ soit } 100 \%$$

On a donc le gabarit suivant représenté figure 33

Le gabarit du filtre « passe-bas » prototype est donné figure 34

$$s' = \frac{f_p}{f_a} = \frac{800}{f_a} = s = 0,4761$$

$$f_a = \frac{800}{0,4761} = 1680,31 \, \text{Hz}$$

$$\frac{1}{s} = \frac{1'}{s} = 2,1003$$

Pour satisfaire ce gabarit, il faut réaliser un filtre de Butterworth d'ordre 6.

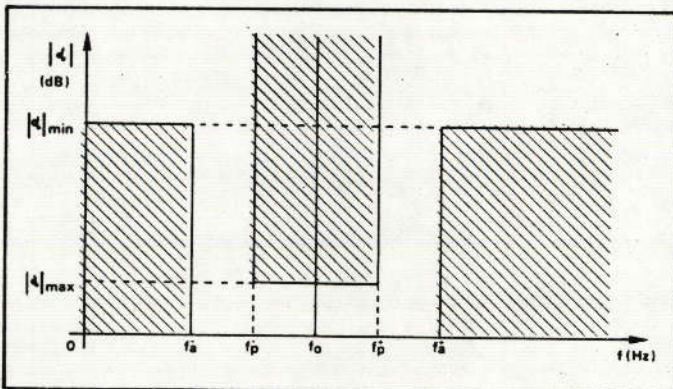


Fig. 31.

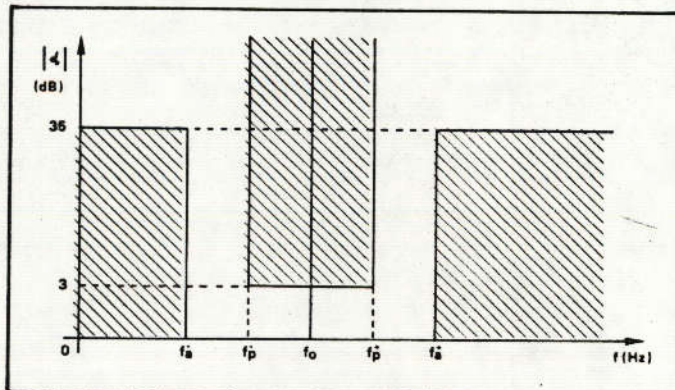


Fig. 32.

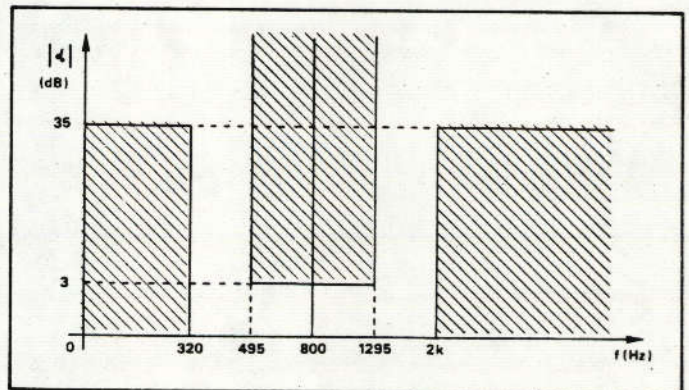


Fig. 33.

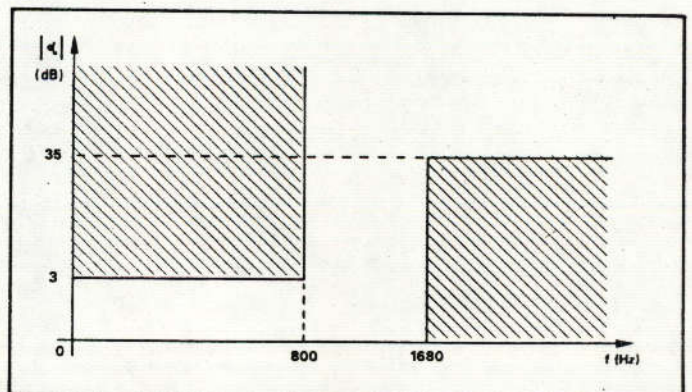


Fig. 34.

Fonction de transfert normalisée du filtre « passe-bande »

$$f_T(p) = \frac{1}{0,7455 p^2 + 0,8251 p + 1} \times \frac{1,3412 p^2}{1,3412 p^2 + 1,1067 p + 1} \times \frac{1}{0,4805 p^2 + 0,4590 p + 1} \times \frac{2,0810 p^2}{2,0810 p^2 + 0,9552 p + 1} \times \frac{1}{0,3914 p^2 + 0,1456 p + 1} \times \frac{2,5543 p^2}{2,5543 p^2 + 0,3720 p + 1}$$

Calcul des valeurs des composants

$$f_0 = 800 \text{ Hz}$$

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = 2\pi \cdot 800 = 5026,5482$$

On prend :

$$R = 10 \text{ k}\Omega \quad R = 10\,000 \Omega$$

et :

$$C = 0,1 \mu\text{F} \quad C = 100 \text{ nF}$$

$$C_0 = \frac{1}{R \cdot \omega_0} = \frac{1}{10\,000 \times 5026,5482} ; \quad C_0 = 20 \text{ nF}$$

$$2 RC_2 j \omega = 0,8251 j \frac{\omega}{\omega_0}$$

$$2 \times 10\,000 \times C_2 = 0,8251 \times \frac{1}{5026,5482} = 0,000164148$$

$$C_2 = 8 \text{ nF}$$

$$R^2 C_1 C_2 j^2 \omega^2 =$$

$$- R^2 C_1 C_2 \omega^2 = 0,7455 j^2 \frac{\omega^2}{\omega_0^2} = -0,7455 \frac{\omega^2}{\omega_0^2}$$

$$(10\,000)^2 \cdot C_1 \times 0,000\,000\,008 =$$

$$0,7455 \times \frac{1}{(5026,5482)^2}$$

$$C_1 = 37 \text{ nF}$$

$$2 RC_2' j \omega = 0,4590 j \frac{\omega}{\omega_0}$$

$$2 RC_2' = \frac{0,4590}{5026,5482} = 0,000091315 = 20\,000 C_2$$

$$C_2' = 4,5 \text{ nF}$$

$$R^2 \cdot C_1' C_2' j^2 \omega^2 = 0,4805 j^2 \frac{\omega^2}{\omega_0^2}$$

$$(10\,000)^2 \cdot C_1' \times 0,000\,000\,005 = \frac{0,4805}{(5026,5482)^2}$$

$$C_1' = 38 \text{ nF}$$

$$2 RC_2'' j \omega = 0,1456 j \frac{\omega}{\omega_0}$$

$$2 RC_2'' = \frac{0,1456}{5026,5482}$$

$$20\,000 \cdot C_2'' = 0,000028966$$

$$C_2'' = 1,4 \text{ nF}$$

$$R^2 C_1'' C_2'' j^2 \omega^2 = 0,3914 j^2 \frac{\omega^2}{\omega_0^2}$$

$$(10\,000)^2 \cdot C_1'' = 0,000\,000\,001 = \frac{0,3914}{(5026,5482)^2}$$

$$C_1'' = 155 \text{ nF}$$

$$2 R_1 C j \omega = 1,1067 j \frac{\omega}{\omega_0}$$

$$2 R_1 \times 0,000\,000\,1 = 1,1067 \times \frac{1}{5026,5482}$$

$$R_1 = 1\,100,854 \Omega$$

$$1\,100,854 \times R_2 \times R_2 \times (0,000\,000\,1)^2 j^2 \omega^2 =$$

$$1,3412 j^2 \frac{\omega^2}{(5026,5482)^2}$$

$$1\,100,854 \times R_2 \times (0,0000001)^2 j^2 \omega^2 =$$

$$1,3412 j^2 \frac{\omega^2}{(5026,5482)^2}$$

$$1\,100,854 \times R_2 \times (0,0000001)^2 = 1,3412 \times \frac{1}{(5026,5482)^2}$$

$$R_2 = 4821,965 \Omega$$

$$2 R_1' C j \omega = 0,9552 j \frac{\omega}{\omega_0}$$

$$2 R_1' \times (0,0000001) = \frac{0,9552}{5026,5482}$$

$$R_1' = 950,1550 \Omega$$

$$R_1' \cdot R_2' C^2 j^2 \omega^2 = 2,0810 j^2 \frac{\omega^2}{\omega_0^2}$$

$$950,155 \times R_2' \times (0,0000001)^2 = \frac{2,0810}{(5026,5482)^2}$$

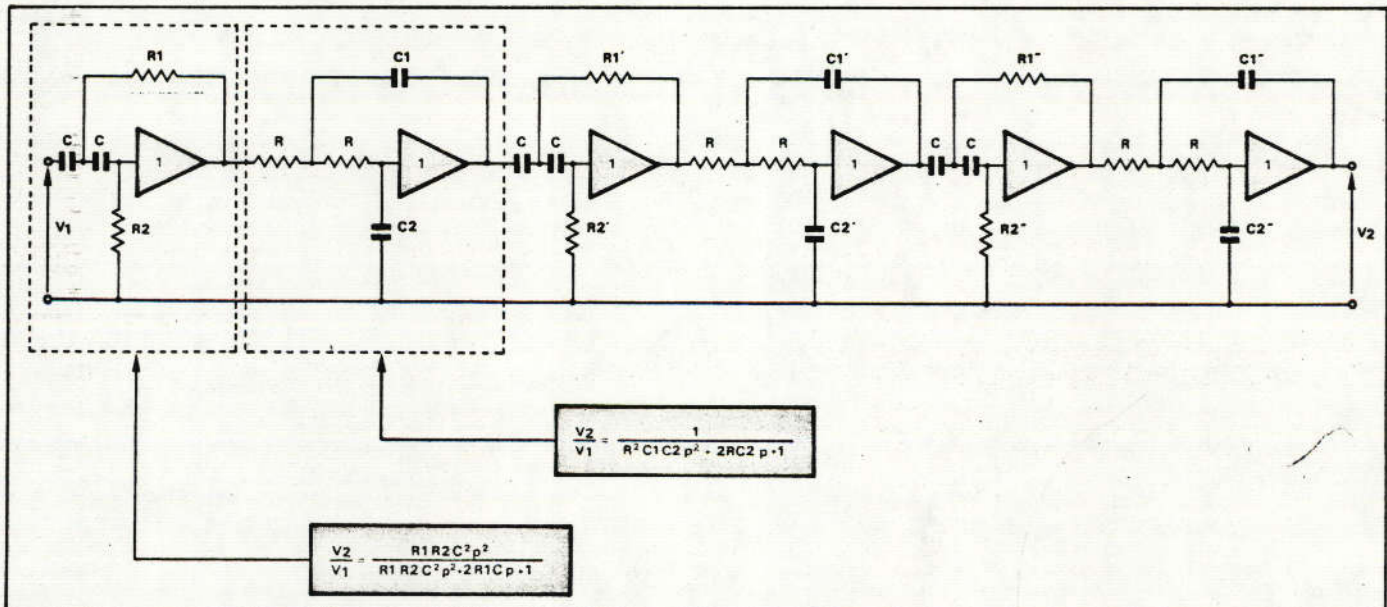


Fig. 35.

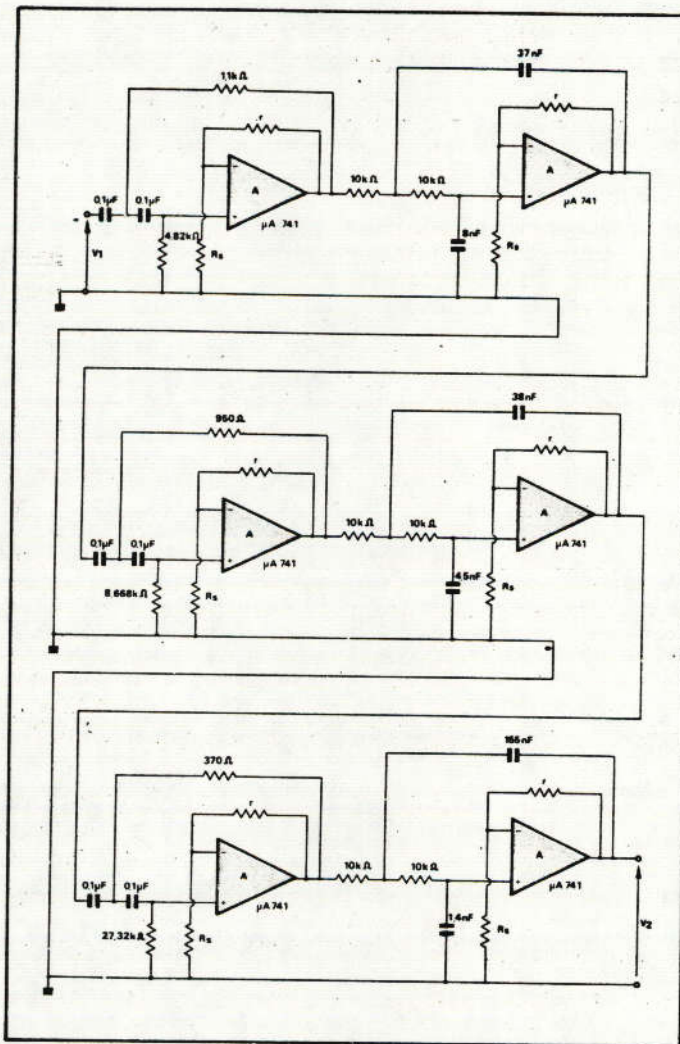


Fig. 36.

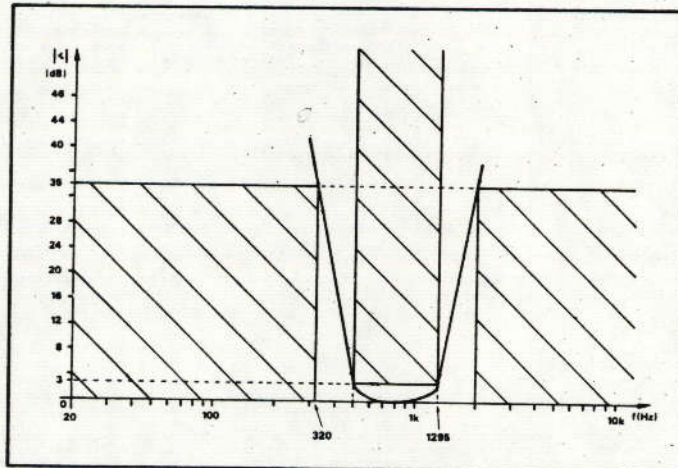


Fig. 37.

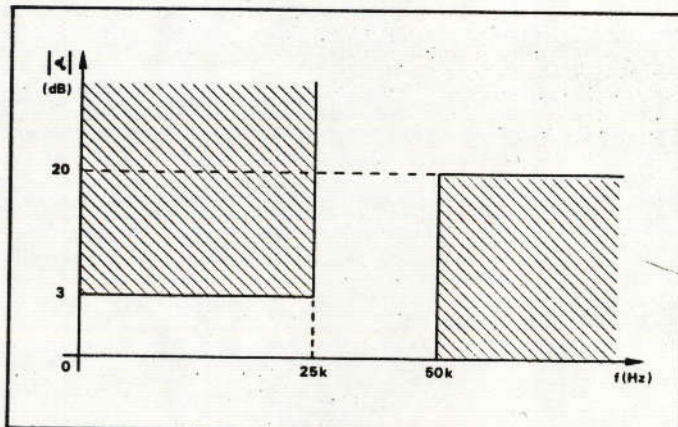


Fig. 38.

$$R'_2 = 8668,379 \, \Omega$$

$$2 R''_1 C j \omega = 0,3720 j \frac{\omega}{\omega_0}$$

$$2 R''_1 \times 0,0000001 = 0,3720 \times \frac{1}{5026,5482}$$

$$R''_1 = 370,035 \, \Omega$$

$$R''_1 \cdot R''_2 C^2 j^2 \omega^2 = 2,5543 j^2 \frac{\omega^2}{\omega_0^2}$$

$$370,035 \times R''_2 \times (0,0000001)^2 = 2,5543 \times \frac{1}{(5026,5482)^2}$$

$$R''_2 = 27320,547 \, \Omega$$

On obtient donc le schéma suivant représenté figure 36 et la courbe d'affaiblissement donnée figure 37.

Filtre actif « passe-bas » de Tchebycheff d'ordre 4

On veut réaliser un filtre actif caractérisé par le gabarit suivant (fig. 38).

Nous considérerons que le gabarit qui nous est imposé est le suivant (fig. 39).

On a :

$$s = \frac{f_p}{f_a} = 0,66666$$

$$\frac{1}{s} = 1,5$$

Le gabarit normalisé est représenté figure 40.

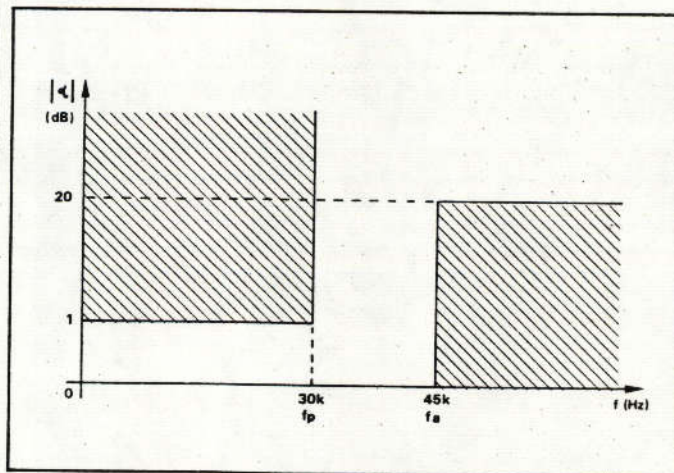


Fig. 39.

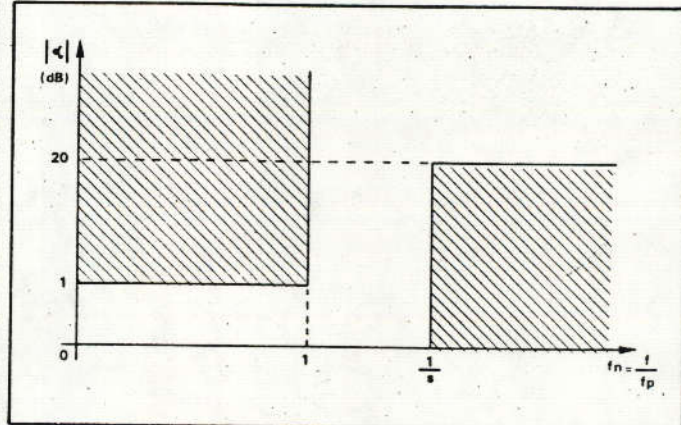


Fig. 40.

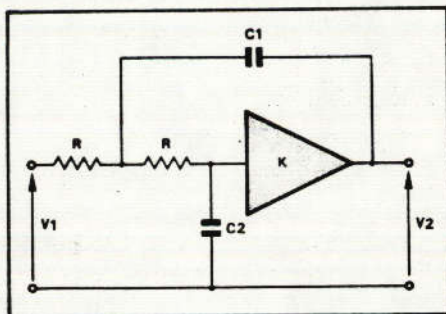


Fig. 41.

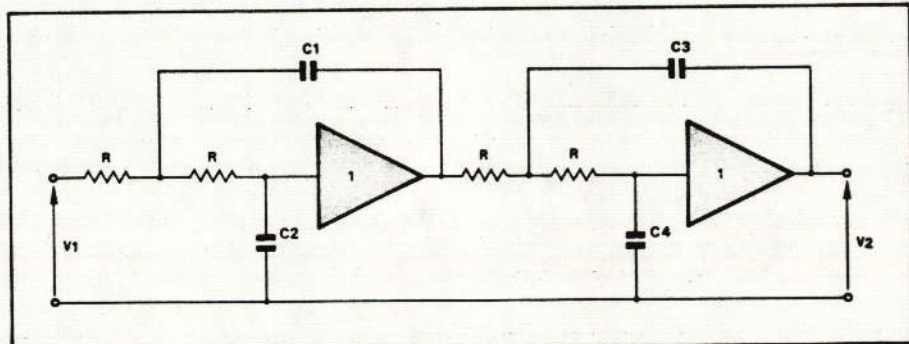


Fig. 42.

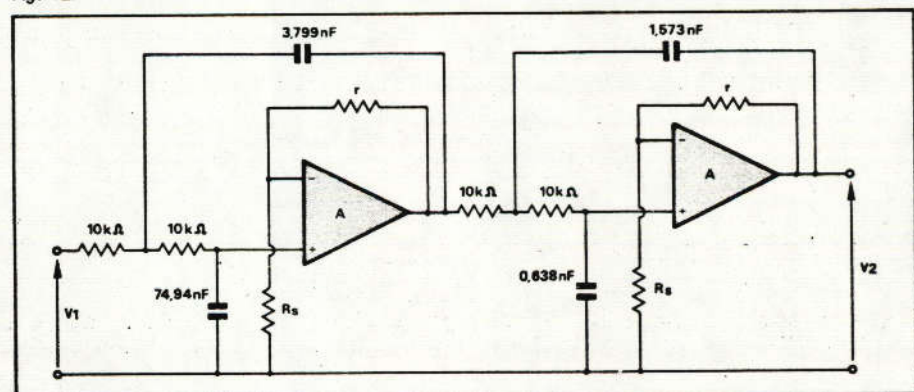


Fig. 43.

Fonction de transfert

$$f_T(p) =$$

$$\frac{1}{(1,0136 p^2 + 0,2828 p + 1)(3,5791 p^2 + 2,4113 p + 1)}$$

Le circuit élémentaire utilisé est donné figure 41.

Pour $K = 1$, on a :

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{R^2 C_1 C_2 p^2 + 2 R C_2 p + 1}$$

Le schéma du filtre est représenté figure 42.

Calcul des valeurs des composants

On prend :

$$R = 10 \text{ k}\Omega$$

$$2 R C_2 j \omega = 0,2828 j \frac{\omega}{\omega_p}$$

$$2 R C_2 = \frac{0,2828}{\omega_p}$$

$$C_2 = \frac{0,2828}{2} \cdot \frac{1}{R \omega_p}$$

$$\omega_p = 2 \pi \times 30\,000 = 188\,495,55$$

$$C_2 = 0,1414 \cdot C_0 ; C_0 = \frac{1}{R \omega_p}$$

$$C_0 = \frac{1}{10\,000 \times 188\,495,55} = 0,53 \text{ nF}$$

$$C_2 = 0,1414 \times 0,53 ; C_2 = 74,94 \text{ pF}$$

$$R^2 C_1 C_2 j^2 \omega^2 = 1,0136 j^2 \frac{\omega^2}{\omega_p^2}$$

$$R^2 C_1 C_2 = \frac{1,0136}{\omega_p^2}$$

$$R^2 C_1 = 0,1414 \cdot \frac{1}{R \omega_p} = 1,0136 \cdot \frac{1}{\omega_p^2}$$

$$C_1 = \frac{1,0136}{0,1414} \cdot \frac{1}{R \omega_p} = 7,1683 \cdot C_0$$

$$C_1 = 7,1683 \times 0,53$$

$$C_1 = 3,799 \text{ nF}$$

$$C_4 = \frac{2,4113}{2} \cdot C_0 = 1,2056 \times 0,53$$

$$C_4 = 0,638 \text{ nF}$$

$$C_3 = \frac{3,5791}{1,2056} \cdot C_0 = 2,9687 \times 0,53$$

$$C_3 = 1,573 \text{ nF}$$

On obtient donc le schéma de la figure 43.

La courbe d'affaiblissement de ce filtre est donnée figure 44.

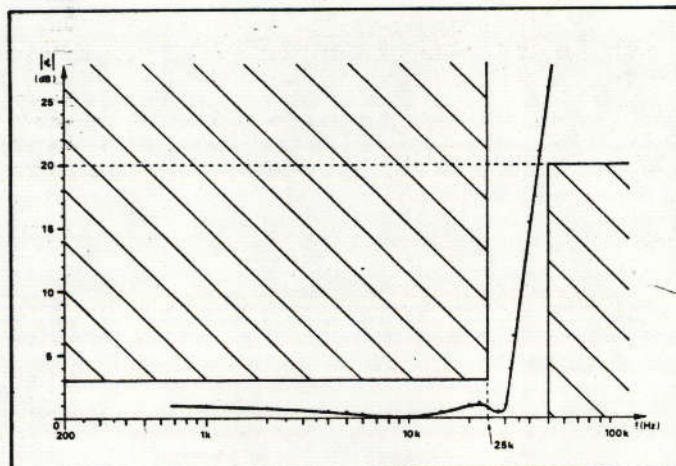


Fig. 44.

A. Pelat