L'amplificateur opérationnel a pris une place prépondérante dans les circuits de l'électronique linéaire, où il est le plus souvent utilisé en chaîne fermée.

Son comportement et ses caractéristiques de fonctionnement sont généralement étudiés au départ d'un système idéalisé, ayant notamment un gain infini en boucle ouverte et une impédance d'entrée différentielle infinie.

La tension d'entrée différentielle de l'amplificateur opérationnel

Les écarts entre les résultats ainsi calculés et les valeurs mesurées sont dus à la valeur finie des paramètres de l'amplificateur opérationnel réel. Les performances d'un montage en boucle fermée sont ainsi fonction de l'élément contre-réactionné.

Quelques mesures très simples sur un montage amplificateur linéaire mettent en évidence un aspect du problème qui est souvent ignoré.

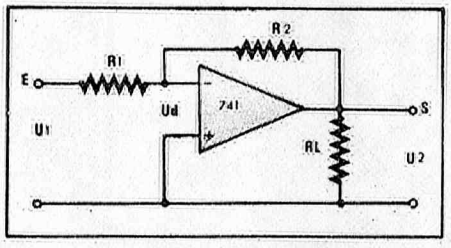

Fig. 1. – Amplificateur opérationnel monté en amplificateur linéaire de gain $A = R_2/R_1$.

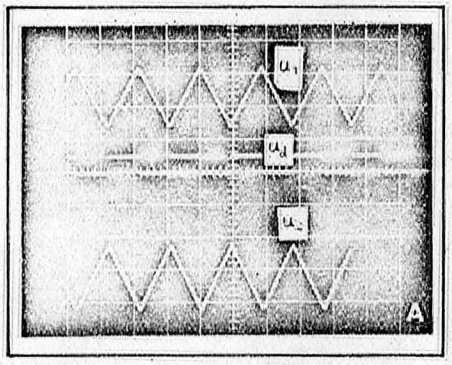

Photo A. – u_1 = tension triangulaire appliquée à l'entrée du montage de la figure 1 (1 V/div.).
u_d = tension différentielle mesurée au point D (50 mV/div.).
u_2 = tension de sortie mesurée au point S (10 V/div.).
(Ce dernier oscillogramme a été photographié après une seconde exposition de la pellicule).
Base de temps : 0,5 ms/div.

La tension différentielle d'entrée

1) Une expérience

Le montage de la **figure 1** est des plus classiques : il s'agit tout simplement d'un amplificateur opérationnel fonctionnant avec un gain en boucle fermée A, déterminé par les résistances R_1 et R_2, tel que

$$A = \frac{u_2}{u_1} = -\frac{R_2}{R_1} \qquad (1)$$

Nous supposons évidemment que le gain A_0 en boucle ouverte est très élevé.

Appliquons à l'entrée E une tension u_1 en forme de dent de scie, et visualisons sur un oscilloscope à double trace cette tension d'entrée et la tension de sortie u_2 :

Avec

R_2 = 100 kΩ et R_1 = 10 kΩ

nous aurons donc un gain A = – 10, et à la sortie S nous observons bien un signal triangulaire u_2 d'amplitude dix fois plus grande que celle de u_1, et déphasée de 180° par rapport à celle-ci.

Observons maintenant la tension au point D, c'est-à-dire, la tension différentielle d'entrée u_d de l'amplificateur opérationnel :

La trace sur l'oscilloscope est une belle **onde rectangulaire**, ayant une amplitude d'environ 25 mV crête à crête... D'où vient cette onde rectangulaire ?

La **photo A** montre les trois signaux u_1, u_d et u_2 (la trace u_2 a été obtenue en exposant la pellicule une seconde fois, après avoir substitué le signal u_2 au signal u_1 sur l'une des deux entrées de l'oscilloscope, et positionnement correct de la nouvelle trace).

L'examen des trois oscillogrammes nous permet de tirer les conclusions suivantes :

– la tension différentielle u_d est proportionnelle à la dérivée changée de signe, de la tension de sortie u_2 ;

– u_d est aussi proportionnelle à la dérivée de la tension triangulaire d'entrée (cette propriété est tout simplement la conséquence de la précédente) ;

– la tension de sortie u_2 est proportionnelle à l'intégrale – changée de signe – de la tension différentielle u_d.

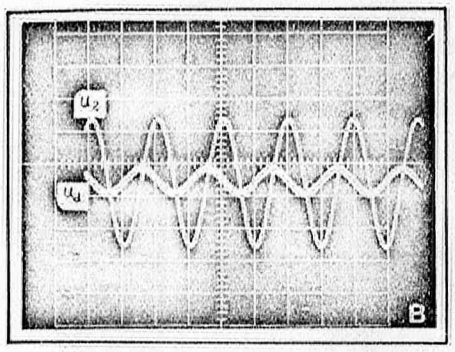

Photo B. – Tension de sortie u_2 (5 V/div.) et tension différentielle u_d (50 mV/div.) pour un signal d'entrée sinusoïdal de fréquence 1 kHz. Base de temps 0,5 ms/div.

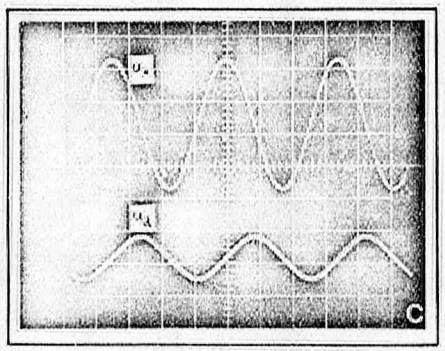

Photo C. – Tensions u_2 (5 V/div.) et u_d (0,1 V/div.) pour un signal d'entrée sinusoïdal de fréquence 3 kHz. Base de temps : 0,1 ms/div.

Ne nous arrêtons pas en si bon chemin et appliquons un signal d'entrée **sinusoïdal**... le même montage nous donne, comme prévu, une tension sinusoïdale amplifiée dix fois en S, mais... la tension u_d au point D est déphasée de 90° par rapport à u_2, ce qui ne fait que confirmer les conclusions énoncées ci-dessus **(photos B et C)**.

Enfin, une **onde rectangulaire** à l'entrée E fait apparaître en D des **impulsions triangulaires** étroites, à lancées alternativement positives et négatives, selon les flancs montants ou descendants des créneaux d'entrée **(photos D et E)**.

2) Explication du phénomène

a - Le gain en boucle ouverte de l'amplificateur opérationnel n'est pas infini

Le raisonnement habituellement appliqué à l'amplificateur opérationnel est basé sur l'approximation qui consiste à supposer que son gain A_0 en boucle ouverte est infini, soit

$$A_0 = \frac{u_2}{u_d} = \infty$$

d'où

$$u_d = \frac{u_2}{\infty} = 0$$

ce qui revient encore à admettre qu'il n'existe aucune différence de potentiel entre les bornes (+) et (–) du circuit.

La borne non inverseuse (+) étant connectée à la masse (point de potentiel « zéro »), le point D (entrée inverseuse) est alors une « masse fictive ou virtuelle » (*).

Mais la réalité est toute autre.

Le gain en boucle ouverte n'est jamais infini... suivant le type d'amplificateur, la tension d'alimentation, la température et... la résistance de charge R_L, on arrive pratiquement à des valeurs de A_0 de l'ordre de 10 000 (80 dB) à 200 000 (110 dB)... **en continu... et aux très basses fréquences** seulement.

Ceci nous amène à représenter le gain en chaîne ouverte par le symbole $A_0(\omega)$ pour bien indiquer la variation en fonction de la fréquence (ou pulsation ω).

b - La bande passante est limitée

La bande passante est loin d'être infinie... Les amplificateurs opérationnels à compensation interne se caractérisent par une diminution de $A_0(\omega)$ avec la fréquence de 6 dB par octave (20 dB par décade) au-delà de la fréquence de coupure f_c qui correspond à

$$\frac{A_0(\omega)}{A_0} = \frac{1}{\sqrt{2}}, \text{ soit } -3 \text{ dB}$$

Et cette fréquence de coupure f_c est même relativement basse... inférieure à 10 Hz, jusqu'à quelques centaines de Hz, selon le type de l'amplificateur utilisé.

La **figure 2** montre en **a** la réponse en boucle ouverte d'un amplificateur opérationnel du type 741, et en **b**, la courbe de phase correspondante.

On notera que la fréquence de coupure f_c se situe vers 10 Hz, tandis que la fréquence de transition f_T pour laquelle $A_0(\omega) = 1$ (0 dB) se trouve à environ 1 MHz.

c - L'amplificateur opérationnel réel intègre au-delà de sa fréquence de coupure

La courbe de réponse en boucle ouverte de la **figure 2-a** peut s'exprimer mathématiquement par la relation

$$\frac{u_2}{u_d} = -A_0(\omega) = \frac{-A_0}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}} = \frac{-A_0}{1 + j\frac{f}{f_c}} \quad (2)$$

dans laquelle A_0 représente le gain (maximum) en continu et aux très basses fréquences (bien inférieures à f_c).

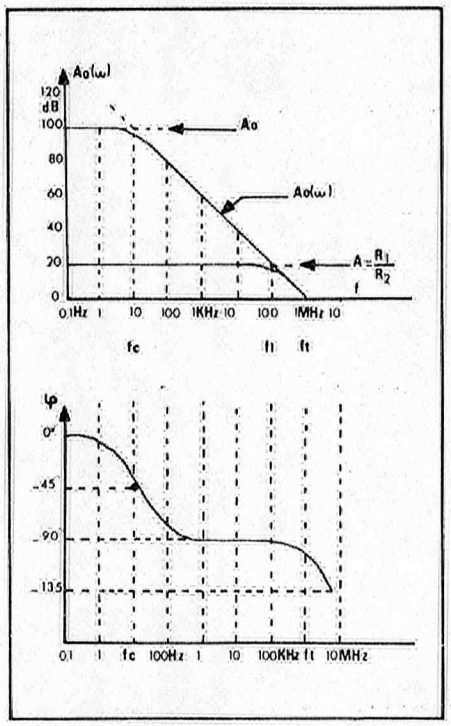

Fig. 2. – a) Courbe de réponse $A_0(\omega)$ en boucle ouverte, et gain A = 20 dB en chaîne fermée :
f_c = fréquence de coupure de l'amplificateur opérationnel en boucle ouverte.
f_1 = fréquence de coupure en boucle fermée, correspondant à un gain A de 20 dB.
f_T = fréquence de transition pour laquelle $A_0(\omega) = 1$ (0 dB).
b) Courbe de phase de l'amplificateur opérationnel en boucle ouverte.

En passant à la notation symbolique de Laplace ($p = j\omega$) la réponse s'écrit encore

$$A_0(\omega) = \frac{-A_0}{1 + p\tau_c} \quad (3)$$

avec

$$\tau_c = \frac{1}{\omega_c} = \frac{1}{2\pi f_c} = \frac{T_c}{2\pi}$$

= la constante de temps correspondant à la fréquence de coupure de l'amplificateur.

Il est intéressant de noter qu'à la fréquence de coupure f_c la tension u_2 est déphasée de 45° (à 180° près) par rapport à u_d.

En appendice, on trouvera l'explication physique de l'existence de la constante de temps τ_c.

Si nous considérons une fréquence (ou une pulsation) suffisamment élevée, telle que $\omega \geqslant \omega_c$, la relation (2) se simplifie et devient

$$\frac{u_2}{u_d} = -A_0(\omega) = \frac{-A_0}{j\frac{\omega}{\omega_c}} = \frac{-A_0}{j\omega\tau_c} = \frac{-A_0}{p.\tau_c} \quad (4)$$

L'expression (4) est bien celle d'une **fonction intégrale** (**) (l'intégrale d'une fonction se limite, sur sa transformée de Laplace, à une division par p).

(*) Le terme « virtuel » est utilisé ici pour bien montrer que si u_d est nulle, aucun courant ne passe entre les deux points équipotentiels (+) et (–).

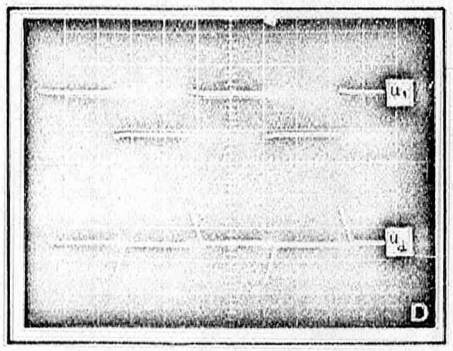

Photo D. – Tension d'entrée rectangulaire u_1 (2 V/div.) de fréquence 1 kHz, et tension différentielle u_d (2 V/div.) correspondante. Base de temps : 0,2 ms/div.

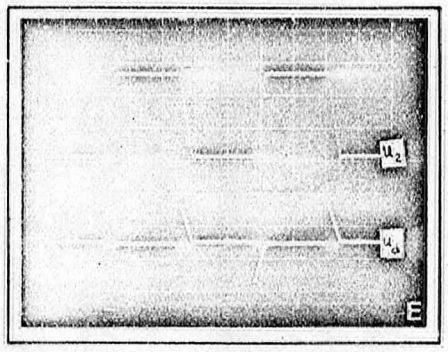

Photo E. – La tension de sortie u_2 (10 V/div.) correspondant au signal d'entrée u_1 de la photo D est limitée par saturation de l'amplificateur, et sa vitesse de variation est limitée par le « slew-rate ». La tension différentielle est la même que celle sur la photo D.

Supposons qu'il existe une tension sinusoïdale entre les bornes d'entrée différentielles de l'amplificateur opérationnel, soit

$$u_d = U_d \cdot \sin \omega t = U_d \cdot \varepsilon^{j\omega t} \qquad (5)$$

Si $\omega \geqslant \omega_c$, la tension de sortie u_2, tirée de (4) devient

$$u_2 = -A_0(\omega) \cdot u_d = -\frac{u_d \cdot A_0}{j\omega\tau_c} = -\frac{u_d \cdot A_0}{p \cdot \tau_c} \qquad (6)$$

d - Les relations mathématiques entre u_d, u_1 et u_2

Dans le montage de la **figure 1**, nous appliquons à l'entrée E une tension périodique de forme d'onde quelconque, dont la fondamentale est située bien au-delà de la fréquence de coupure f_c.

Nous pouvons dès lors généraliser l'expression (6) en écrivant

$$u_2 = -A_0(\omega) \cdot u_d = -\frac{A_0}{\tau_c}\int_0^t u_d \cdot dt \qquad (7)$$

La relation (4) permet d'exprimer la tension différentielle u_d en fonction de la tension de sortie u_2, soit

$$u_d = -\frac{j\omega \cdot \tau_c \cdot u_2}{A_0} = -\frac{p \cdot \tau_c \cdot u_s}{A_0} = -\frac{\tau_c}{A_0}\frac{du_2}{dt} \qquad (8)$$

(La multiplication par $p = j\omega$ d'une fonction fait bien apparaître une opération de dérivation).

(**) Considérons l'expression

$$\frac{K}{\tau}\int_0^t u \cdot dt = \frac{K \cdot U}{\tau}\int_0^t \sin \omega t \cdot dt = \frac{K \cdot U}{\omega\tau}\int_0^{\omega t} \sin \omega t \cdot d(\omega t)$$

$$= \frac{K \cdot U}{\omega \cdot \tau}(-\cos \omega t) = \frac{K \cdot U}{j\omega\tau} = \frac{K \cdot U}{p \cdot \tau} \qquad (a)$$

ou, sous une autre forme encore

$$\frac{K}{\tau}\int_0^t u \cdot dt = \frac{K \cdot U}{\tau}\int_0^t \varepsilon^{j\omega t} dt = \frac{K \cdot U}{j\omega\tau} \qquad (b)$$

On notera la parfaite analogie entre les expressions (a), (b), (4) et (6).

Enfin, en remarquant que $u_2 = -A \cdot u_1$ (équation 1), A représentant le gain en boucle ouverte, l'expression (8) s'écrit encore

$$u_d = \frac{p \cdot \tau_c \cdot A \cdot u_1}{A_0} = \frac{\tau_c \cdot A}{A_0}\frac{du_1}{dt} \qquad (9)$$

La tension différentielle est donc bien telle que, après avoir subi le **« gain complexe intégrateur »** $A_0(\omega)$ dans l'amplificateur opérationnel, elle donne à la sortie une forme d'onde qui correspond à la fonction intégrale changée de signe (éq. 7).

Cette tension différentielle est encore proportionnelle à la dérivée de la tension u_1 à amplifier (éq. 9) et elle est encore proportionnelle à la dérivée changée de signe de la tension de sortie u_2 (éq. 8).

Ainsi, l'obtention d'une onde triangulaire à la sortie, en provenance d'une tension de même forme d'onde à l'entrée, requiert l'apparition d'une tension rectangulaire entre les bornes d'entrée différentielles.

– Seule une cosinusoïde à l'entrée différentielle pourra produire une tension de sortie $u_2 = -A \cdot u_1$ de forme sinusoïdale.

– Et d'une manière générale, les relations (7), (8) et (9) seront vérifiées dans leur domaine de validité, c'est-à-dire :

– pour des signaux de fréquence nettement supérieure à la fréquence de coupure en boucle ouverte de l'amplificateur opérationnel ;

– et si la réponse de ce dernier présente une pente de –6 dB/octave (réponse du premier ordre) ;

– si l'amplificateur ne fonctionne pas en régime de saturation et si les signaux considérés ont une vitesse de variation inférieure au « slew rate » de l'amplificateur considéré.

3) Un moyen simple pour mesurer le gain en boucle ouverte en fonction de la fréquence

Reprenons l'expression (7) sous sa forme :

$$u_2 = -A_0(\omega) \cdot u_d$$

Le module du gain en boucle ouverte à une fréquence quelconque est donc tout simplement

$$|A_0(\omega)| = \frac{u_2}{u_d}$$

Il suffit donc d'attaquer le montage de la **figure 1** avec un générateur sinusoïdal à fréquence variable, et de mesurer, à l'aide d'un (milli)voltmètre les tensions u_2 et u_d, en veillant toutefois à ne pas saturer l'amplificateur **(fig. 3)**.

On remarquera toutefois que la mesure de $A_0(\omega)$ par ce procédé est limitée du côté des fréquences élevées, par la fréquence de coupure f_1 de l'amplificateur en boucle fermée.

Pour l'amplificateur qui a servi aux expériences, nous avons mesuré une valeur $A_0 \simeq 80\,000$ en continu (98 dB) et $f_c \simeq 6{,}0$ Hz, ce qui conduit à $\tau_c = 26{,}5$ ms.

4) L'effet de la vitesse de variation de la tension de sortie

On sait que la vitesse de variation de la tension de sortie – le « slew rate » – d'un amplificateur opérationnel est limitée. Ce phénomène se manifeste notamment par une triangulation de la tension de sortie en présence d'une tension sinusoïdale d'entrée, si l'amplitude ou (et) la fréquence dépassent une certaine limite. Il en résulte pratiquement une limitation en bande passante pour les forts signaux.

Cette limitation de la vitesse de montée apparaît tout particulièrement si l'on applique un signal rectangulaire à très faible temps de montée, comme le montrent les **photos D et E** : la tension de sortie u_2 est devenue trapézoïdale, la pente de montée (comme la pente de descente) mesurée sur l'oscillogramme u_2 de la **photo D** est :

$$S = \frac{\Delta U_2}{\Delta t} = \frac{2{,}6 \times 10\ \text{V}}{0{,}3 \times 200\ \mu\text{s}} = 0{,}433\ \text{V}/\mu\text{s}$$

ce qui correspond bien – aux incertitudes et aux tolérances de mesures près – à la valeur du slew-rate spécifiée pour l'amplificateur utilisé.

Il est normal que ce phénomène affecte également la tension différentielle qui se compose d'**impulsions triangulaires** d'amplitude relativement élevée (dans le cas présent, $U_{d_{max}} = 1{,}15 \times 2 = 2{,}3$ V) et de durée $\Delta t = 60\ \mu$s, égale au temps de montée du signal de sortie u_2.

Dans le cas des **photos D et E**, les relations (7), (8) et (9) ne s'appliquent évidemment plus, car l'amplificateur opérationnel fonctionne en régime de saturation (amplitude $U_2 = 26$ V) et, de plus, la vitesse de variation du signal de sortie est limitée par le phénomène de « slew rate ».

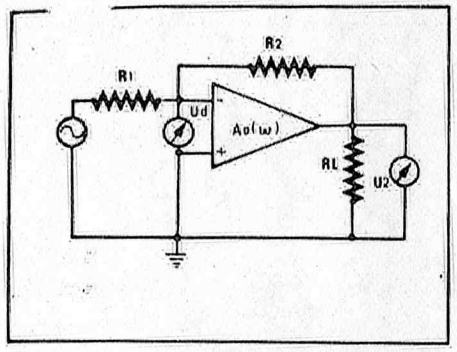

Fig. 3. – Montage en chaîne fermée, permettant de mesurer le gain $A_0(\omega)$ en boucle ouverte à différentes fréquences.

Il en serait évidemment de même si l'on appliquait un signal d'entrée sinusoïdal dont l'amplitude – combinée avec la fréquence – donnerait lieu à une triangulation et/ou à un écrêtage des sommets du signal de sortie.

5) Résultats de mesure

Il est intéressant d'examiner les oscillogrammes de la **photo F**, qui donnent les signaux u_d et u_2 pour un signal d'entrée u_1 rectangulaire, de fréquence 10 kHz, de faible amplitude (0,16 V) le gain en boucle fermée étant de 10.

On peut considérer que la pente du flanc de montée (et de descente) du signal u_2 est environ de 0,277 V/μs (valeur mesurée directement sur la photo).

L'application de la formule (8) donne, pour u_d, avec $\tau_c = 26{,}5$ ms et $A_0 = 80\,000$, une amplitude

$$U_d = \frac{\tau_c}{A_0}\left(\frac{du_2}{dt}_{max}\right) =$$

$$\frac{26{,}5 \cdot 10^{-3}}{8 \cdot 10^4} \times 0{,}277 \cdot 10^6 = 0{,}092 \text{ V}$$

Sur l'oscillogramme, on mesure une amplitude U_d de l'ordre de 0,1 V.

Reprenons encore la **photo A**, sur laquelle nous mesurons la pente de la dent de scie de sortie

$$\frac{dU_2}{dt} = \frac{20 \text{ V}}{0{,}5 \text{ ms}} = 40 \cdot 10^{-3} \text{ V/s}$$

Le calcul de l'amplitude U_d par la relation (8) donne

$$U_d = \frac{26{,}5 \cdot 10^{-3}}{8 \cdot 10^4} \times 40 \cdot 10^3$$

$$= 0{,}0132 \text{ V} = 13{,}2 \text{ mV}$$

Sur l'oscillogramme de u_d, nous mesurons une valeur de crête à crête

$U_{dpp} = 0{,}55 \times 50$ mV $= 27{,}5$ mV

soit donc une amplitude

$U_d = \frac{1}{2} U_{dpp} = 13{,}75$ mV,

ce qui concorde encore fort bien avec la valeur calculée théoriquement.

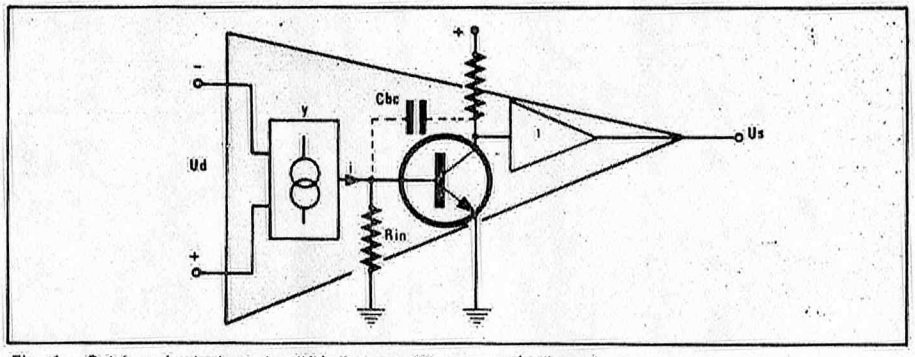

Fig. 4. – Schéma équivalent simplifié d'un amplificateur opérationnel.

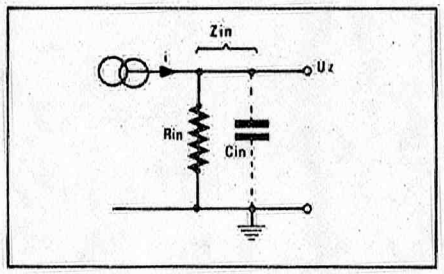

Fig. 5. – Le convertisseur tension-courant auquel on peut assimiler les étages d'entrée de l'amplificateur opérationnel, injecte un courant i dans l'impédance totale $Z_{in} = R_{in}//C_{in}$ à l'entrée du « transistor amplificateur de tension équivalent ».

D'où vient la constante de temps τ_c ?

D'une façon tout à fait générale un amplificateur opérationnel classique peut se représenter par un circuit équivalent simplifié, comprenant **(fig. 4)** :

– un étage d'entrée (différentiel) fonctionnant comme convertisseur tension-courant ;

– et un système amplificateur de tension qui peut être ramené à un « transistor équivalent » monté en émetteur commun ;

– suivi d'un adaptateur d'impédance (émetteur suiveur) ne procurant aucun gain en tension.

Avec une tension différentielle u_d, le circuit d'entrée donne un courant i proportionnel à la pente de transfert y du convertisseur tension-courant, soit donc :

$$i = y \cdot u_d$$

Ce courant produit aux bornes de la résistance d'entrée globale de l'étage amplificateur de tension, un signal de base :

$$u_b = i \cdot R_{in} = u_d \cdot y \cdot R_{in}$$

qui apparaîtra amplifiée sur le collecteur et que l'on trouvera finalement à la sortie de l'étage adaptateur d'impédance, soit :

$$u_2 = A_2 \cdot u_b$$

A_2 étant le gain de l'étage amplificateur de tension.

Il existe inévitablement une certaine capacité C_{bc} entre collecteur et base du « transistor équivalent ». Pour assurer une décroissance de 6 dB/octave du gain en boucle ouverte, on sera par ailleurs obligé d'augmenter cette capacité C_{bc}, soit en l'intégrant dans le circuit même (cas du 741), soit en connectant une capacité de compensation extérieure.

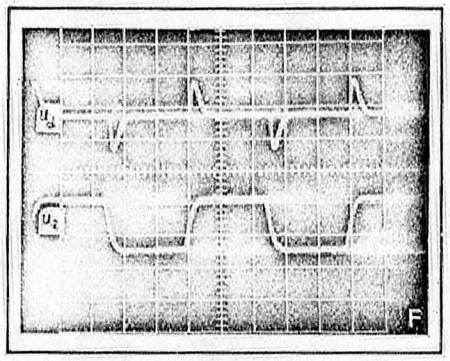

Photo F. – La tension u_d (0,1 V/div.) et la tension de sortie u_2 (1 V/div.) correspondant à un signal d'entrée rectangulaire de fréquence 10 kHz. Base de temps : 20 µs/div. L'oscillogramme u_2 a été photographié après une seconde exposition, non synchronisé avec le signal u_d, d'où son inversion de phase.

Par « effet Miller », cette capacité C_{bc}, ramenée à l'entrée du transistor, se trouve pratiquement multipliée par A_2, soit :

$$C_{in} = A_2 \cdot C_{bc}$$

Il en résulte que l'étage convertisseur d'entrée fournit son courant à l'ensemble R_{in}-C_{in} en parallèle, d'où **(fig. 5)** :

$$u_b = i \cdot Z_{in} = y \cdot u_d \cdot \frac{R_{in}}{1 + j\omega \cdot C \cdot R}$$

et par conséquent

$$u_2 = u_d \frac{y \cdot R_{in} \cdot A_2}{1 + j\omega \cdot C_{in} \cdot R_{in}}$$

ou encore

$$A_0(\omega) = \frac{u_2}{ud} = \frac{A_1 \cdot A_2}{1 + j\omega \cdot C_{in} \cdot R_{in}} = \frac{A_0}{1 + j\omega \cdot C_{in} \cdot R_{in}}$$

Le circuit $R_{in}C_{in}$ introduit donc un pôle de coupure à 6 dB par octave à la fréquence f_c telle que

$$\omega \cdot C_{in} \cdot R_{in} = \omega_c \cdot \tau_c = 1$$

soit

$$f_c = \frac{1}{2\pi \cdot R_{in} \cdot A_2 \cdot C_{bc}} = \frac{1}{2\pi \cdot \tau_c}$$

avec

$$\tau_c = A_2 \cdot R_{in} \cdot C_{bc}.$$

Jos DE NEEF
Chargé de cours à
l'Institut Supérieur Industriel
de l'Etat - Bruxelles